



• Engenharia Electrotécnica e de Computadores • Exercícios de Física •

• **Ficha 8 • Movimento Vibratório e Ondulatório • Capítulo 5 •**

**Conhecimentos e capacidades a adquirir pelo aluno**

Aplicação dos conceitos de posição, velocidade e aceleração. Frequência e período, comprimento de onda. Análise de gráficos Aplicação dos conhecimentos matemáticos sobre trigonometria, vectores e derivadas.

1. A expressão da lei de movimento de um oscilador harmónico pontual é:

$$s(t) = 0,02 \sin(3\pi t + \pi/6) \text{ m}$$

Determine:

1.1 O valor do período ( $T$ ), da amplitude e fase inicial do movimento.

1.2 O espaço percorrido pelo oscilador no intervalo de tempo  $\left[0, \frac{3}{4}T\right]$  s.

1.3 Em que posição se encontra o oscilador no instante  $t = 1/6$  s.

1.4 Em que instantes o oscilador passa pelas posições:  $s(t_1) = -0,02$  m e  $s(t_2) = 0,01$  m.

$$\text{R: } T = \frac{2}{3} \text{ s ; } A = 0,02 \text{ m ; } \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad ; } 0,0527 \text{ m ; } 0,017 \text{ m ;}$$

2. Uma massa de 10 g, suspensa no extremo de uma mola elástica, é posta a vibrar com uma amplitude de 2 cm. A constante elástica da mola é  $1,2 \text{ Nm}^{-1}$ . No início da contagem do tempo o ângulo de fase é  $40^\circ$ . Escrever a equação do movimento e calcular:

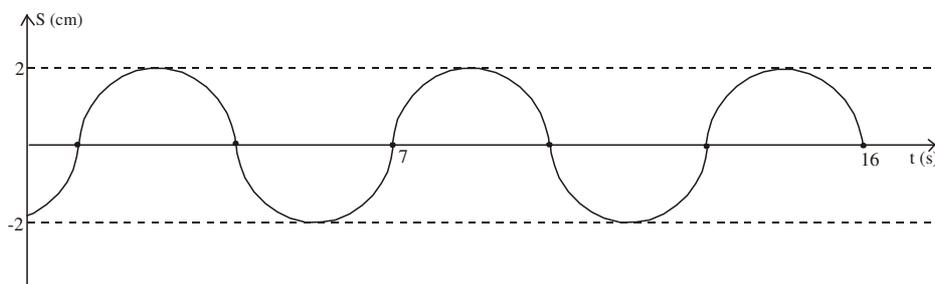
2.1 A frequência de vibração e a energia total do sistema vibrante.

2.2 A velocidade máxima da massa vibrante.

2.3 A aceleração no instante em que a elongação é -1,5 cm.

$$\text{R: } f = 1,74 \text{ Hz ; } E = 0,00224 \text{ J ; } 0,219 \text{ ms}^{-1} ; 1,8 \text{ ms}^{-2}$$

3. O gráfico representa a variação da elongação de um M.H.S. com o tempo.  $S(0) = -\sqrt{3}$  cm



3.1 Determine o valor do período do movimento e o valor da fase na origem.

3.2 Escreva a expressão da elongação em função do tempo.

3.3 Trace o gráfico da variação da velocidade em função do tempo.

3.4 Calcule o valor da aceleração no instante inicial.

$$\text{R: } T = 6 \text{ s , } \varphi_0 = -\frac{\pi}{3} ; S(t) = 0,02 \sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ m ; } a_{(t=0s)} = 0,01899 \text{ ms}^{-2}$$



4. Uma mola elástica está presa numa extremidade e na outra encontra-se uma massa apoiada num plano horizontal paralelo ao eixo da mola. Desviada da posição de equilíbrio e largada, a massa passa a oscilar com um período de 0,7 s. Suspende-se, em seguida a mola na posição vertical. Calcular:

4.1 O período de oscilação da massa, depois de afastada da posição de equilíbrio.

4.2 O alongamento sofrido pela mola por acção da massa suspensa.

R: 0,7 s; 0,124 m

5. Um corpo de massa  $m = 50$  g descreve um movimento harmónico simples (M.H.S.) de período 0,5 s e amplitude 4 cm. No instante  $t = 0$  s o corpo encontra-se na posição  $x = 0$  cm, (posição de equilíbrio), movendo-se no sentido negativo do eixo dos XX.

5.1 Calcular a constante elástica,  $k$ , da força que actua sobre o corpo.

5.2 Determinar em que instantes o corpo passa pela posição  $x = -2$  cm.

5.3 Comparar o intervalo de tempo que a partícula demora a ir da posição de abcissa  $x = 0$  cm para a de  $x = -2$  cm, com o tempo que demora a ir do ponto de abcissa  $x = -2$  cm para o de  $x = -4$  cm, sem inverter o sentido do movimento.

5.4 Calcular a velocidade da partícula em cada instante e determinar em que pontos o módulo da velocidade é máximo e onde é mínimo. (Com base neste estudo, justificar o resultado obtido na alínea 5.3).

5.5 Determinar as características da força que actua sobre o corpo em cada instante, relacionando-a com a posição onde este se encontra.

5.6 Relacionar o sentido da força que actua sobre o corpo com o sentido do movimento deste, e indicar quando é acelerado e quando é retardado.

5.7 Representar o gráfico da energia cinética,  $E_c(t)$ , da energia potencial,  $E_p(t)$ , e da energia total,  $E_t(t)$ , da partícula em cada instante.

$$R: 0,8 \pi^2 \text{ Nm}^{-1}; \frac{(n-1)}{4} + \frac{(-1)^{n-1}}{24} \text{ s}; \frac{1}{24} \text{ s} < \frac{2}{24} = \frac{1}{12} \text{ s};$$

$$v(t) = 16\pi \cos(4\pi t + \pi) \text{ cms}^{-1}; |v_{\max}(x=0)| = 16\pi \text{ cms}^{-1}; |v_{\min}(x=\pm 4\text{cm})| = 0 \text{ cms}^{-1};$$

$$F = ma = m(-\omega^2 x) = -m\omega^2 x = -kx; \text{ acelerado, quando se dirige para a posição de equilíbrio;} \\ \text{retardado quando se afasta da posição de equilíbrio.}$$

6. A aceleração da gravidade aumenta 0,44% do equador para a Gronelândia.

6.1 Se um pêndulo exhibe um período de 1 s no equador, qual será o número de oscilações (a mais ou a menos?) que esta fará durante um dia solar médio na Gronelândia?

6.2 Qual deverá ser o ajuste a efectuar para que o número de oscilações durante um mesmo período temporal seja o mesmo (entre as duas localizações)?

6.3 Como varia o período com a massa e o com a amplitude de oscilação.

7. Um pêndulo (gravítico) consiste numa esfera de alumínio suspensa por um fio com 1 m de comprimento. Em 27 minutos, a amplitude de oscilação diminui de 6,00 para 5,40°.

7.1 Determine o coeficiente de amortecimento ( $\gamma$ ).

7.2 Discuta a forma como a viscosidade do ar afecta o período do pêndulo.

7.3 Escreva a expressão do movimento oscilatório do pêndulo.



8. Uma partícula está sujeita, simultaneamente a dois movimentos harmónicos. Determine o movimento resultante, quando temos a;

8.1 mesma frequência angular e direcção:  $x_1(t) = 10 \cos(2t)$  e  $x_2(t) = 6 \cos(2t + \frac{5}{12}\pi)$  m

8.2 mesma direcção:  $x_1(t) = 10 \cos(2t)$  e  $x_2(t) = 10 \cos(4t)$  m

8.3 direcções perpendiculares:  $x_1(t) = 10 \cos(2t)$  e  $y_2(t) = 10 \cos(2t)$  m

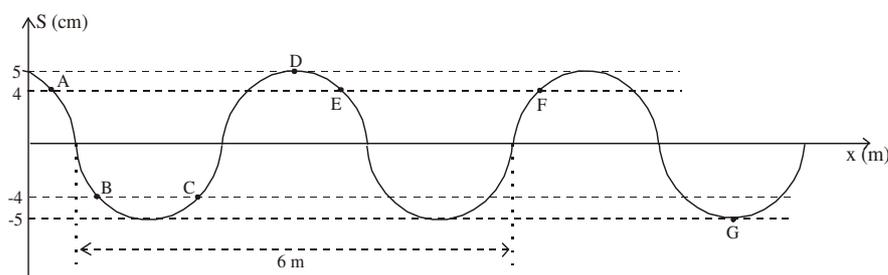
[considere a seguinte igualdade:  $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos(\frac{1}{2}(\alpha + \beta)) \cos(\frac{1}{2}(\alpha - \beta))$  ]

9. Uma mola elástica está presa numa extremidade e na outra encontra-se uma massa apoiada num plano horizontal paralelo ao eixo da mola. Desviada da posição de equilíbrio e largada, a massa passa a oscilar com um período de 0,7 s. Suspende-se, em seguida a mola na posição vertical. Calcular:

9.1 O período de oscilação da massa, depois de afastada da posição de equilíbrio.

9.2 O alongamento sofrido pela mola por acção da massa suspensa.

10. A figura representa o estado de vibração, no instante  $t = T/4$ , de um meio elástico unidimensional e homogéneo, onde se propaga uma onda progressiva com a velocidade de  $0,8 \text{ ms}^{-1}$ .



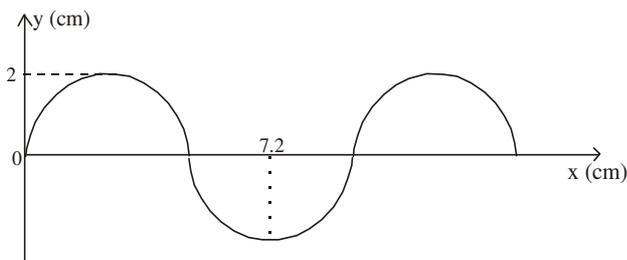
10.1 Determinar o comprimento de onda, a amplitude e o período do movimento.

10.2 Escrever a equação de elongação da partícula D.

10.3 Escolha dois pontos que vibram em fase.

10.4 Calcule a diferença de fase entre os pontos D e G.

11. Escrever em unidades S.I. a equação de uma onda com a frequência de 100 Hz e cuja representação gráfica para o instante  $t = 0$  s é a da figura:





12. Dada a equação de um movimento ondulatório:

$$y(x,t) = 0.018 \sin(4\pi t - 6x)$$

calcular a frequência de vibração, o comprimento de onda e a velocidade de propagação.

**13.1** Um movimento harmónico propaga-se através de um meio perfeitamente elástico e homogéneo com a velocidade de  $1500 \text{ ms}^{-1}$  e frequência  $2000 \text{ Hz}$ . Calcular a diferença de fase entre dois pontos do meio vibrante distanciados da fonte vibratória, respectivamente  $100 \text{ m}$  e  $150 \text{ m}$ .

**14.** Uma onda progressiva com amplitude  $10 \text{ cm}$  e c.d.o.  $0.5 \text{ m}$  propaga-se com velocidade  $30 \text{ ms}^{-1}$ . A elongação da perturbação, no instante inicial, é  $-10 \text{ cm}$ .

**14.1** Escreva a equação de onda.

**14.2** Escreva a expressão da lei de movimento de uma partícula que se encontra a  $25 \text{ cm}$  do centro da perturbação.

**14.3** Determine a diferença de fase entre duas partículas com abcissas  $0.1 \text{ m}$  e  $0.35 \text{ m}$ .

**14.4** Calcule as elongações das partículas referidas na alínea anterior, no instante  $t = 1 \text{ s}$ .

**15.** Duas partículas A e B de uma onda distam de  $10 \text{ cm}$ . B entrou em vibração  $0,01 \text{ s}$  após A, com um atraso de fase de uma vibração. Determinar:

**15.1** O c.d.o da sequência de ondas que passa pelas partículas.

**15.2** A velocidade de fase da onda.

**15.3** Escrever a equação da elongação de B, tomando A para centro da perturbação ( $t = 0 \text{ s}$  para  $s_A = 0 \text{ m}$ ) sendo  $1,6 \text{ cm}$  a distância entre as posições extremas de B.

**16.** Escreva a expressão para a função  $y(x,t)$  que descreve uma onda sinusoidal de amplitude  $A = 10 \text{ cm}$  e fase na origem  $\varphi = \pi/4$ , que se propaga num meio a uma dimensão no sentido positivo com velocidade  $v = 2 \text{ ms}^{-1}$  e comprimento de onda  $\lambda = 10 \text{ m}$ .

**17.** Uma corda com  $40 \text{ m}$  de comprimento encontra-se inicialmente em equilíbrio na posição horizontal. No instante  $t = 0 \text{ s}$ , a extremidade A da corda inicia um movimento vibratório harmónico com  $5 \text{ cm}$  de amplitude. Esse ponto desloca-se inicialmente no sentido negativo do eixo dos Y e volta a passar pela primeira vez pela posição de equilíbrio ao fim de  $0.05 \text{ s}$ . Em consequência deste movimento, propaga-se ao longo da corda, no sentido positivo, uma onda que atinge o outro extremo do fio ao fim de  $2 \text{ s}$ .

**17.1** Calcule a posição da extremidade da corda ao fim de  $0.04 \text{ s}$ .

**17.2** Calcule a velocidade de propagação da onda, o c.d.o e período.

**17.3** Escreva a equação da onda que se propaga ao longo da corda.

**17.4** Determine a elongação e a velocidade do ponto da corda de abcissa  $x = 10 \text{ m}$ , no instante em que o ponto de abcissa  $x = 15 \text{ m}$  começa a vibrar.

**17.5** Represente a forma da corda ao fim de  $0.2 \text{ s}$ .

18. A figura 1 representa, no instante  $t = 0$  s a elongação  $y$  dos vários pontos de um meio unidimensional onde se propaga uma onda transversal. A figura 2 descreve o movimento do ponto de abcissa  $x = 24$  cm.

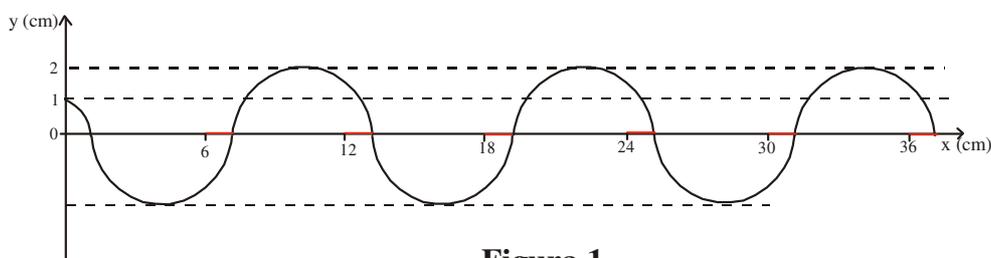


Figura 1

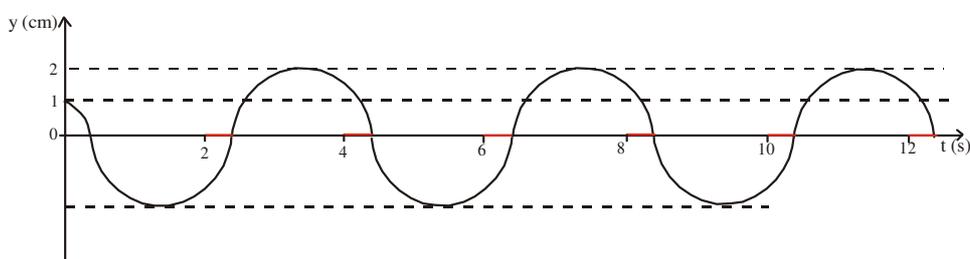


Figura 2

18.1 Indicar o período e o c.d.o. da onda transversal.

18.2 Calcular o módulo da velocidade e o sentido da propagação da onda

18.3 Escreva a equação da onda e calcule o instante em que a partícula de abcissa  $x = 13$  cm faz a terceira passagem (a partir do início da contagem dos tempos) pela posição  $y = 0$  m.

18.4 Determinar a posição e a velocidade da partícula de abcissa  $x = 7$  cm no instante em que a partícula de abcissa  $x = 0$  m passa a primeira vez pela posição  $y = 0$  m, deslocando-se no sentido positivo de  $y$ .

19. Uma onda electromagnética tem uma frequência de  $6 \times 10^{14}$  Hz..

19.1 Determine o respectivo período.

19.2 Determine o seu comprimento de onda no vácuo.

19.3 Sabendo que a velocidade da luz na água é  $0,75c$ , determine a frequência e o comprimento de desta onda na água.

20. As frequências audíveis pelo ser humano variam entre os 20 Hz (sons graves) e os 20 kHz (sons agudos). Quais os comprimentos de onda no ar das ondas sonoras correspondentes a estas frequências?



### Ondas estacionárias e batimentos

**21.** A tensão na corda mais longa de um piano é 1090 N e a sua massa por unidade de comprimento é  $0,07 \text{ kgm}^{-1}$ .

**21.1** Com que velocidade se propaga a onda produzida nessa acorda, quando correspondente tecla é percutida?

**21.2** Qual a frequência fundamental da corda, sabendo que esta tem 2,36 m de comprimento?

**21.3** Qual o comprimento de onda da vibração que se propaga na corda quando a frequência com que esta vibra é a fundamental?

**21.4** Qual o comprimento de onda do som produzido pela corda, no ar?

**22.** Um diapasão cuja frequência de vibração é de 300 Hz é usado para afinar um violino. Pondo o diapasão a vibrar ao mesmo tempo que uma das cordas do violino é excitada, ouvem-se batimentos com uma frequência de 5 Hz.

**22.1** Quais as possíveis frequências para o som produzido pela corda do violino?

**22.2** Como varia a frequência do som produzido com a tensão feita na corda?

**22.3** Aumentando a tensão na corda, a frequência do batimento diminui, ficando o violino quase afinado. A corda do violino estava a vibrar com uma frequência inferior ou superior à do diapasão?

### Reflexão e refração

**23.** Um raio de luz verde passa de uma placa de vidro, com índice de refração 1,5, para o ar. O comprimento de onda da luz ao atravessar a placa é de 333 nm.

**23.1** Qual o comprimento de onda da luz verde no ar?

**23.2** A frequência de radiação é igual ou diferente nos dois meios? Calcule-a.

**23.3** Qual o ângulo crítico a partir do qual se dá a reflexão total?

**23.4** Existe ângulo crítico para a luz quando esta passa do ar para o vidro? Porquê?

**24.** Um homem à beira de um lago pretende caçar um peixe com um arpão. Considere o índice de refração da água  $n = 1,333$

**24.1** O peixe é visto pelo homem acima ou abaixo da profundidade real a que se encontra? Porquê?

**24.2** Se o homem vê o peixe fazendo um ângulo com de  $30^\circ$  com a normal à superfície da água, que ângulo de correção de fazer ao apontar o arpão para acertar no peixe?

**25.** Um feixe de luz branca incide sobre uma placa de vidro fazendo um ângulo de  $80^\circ$  com a superfície. Sabendo que o índice de refração desse vidro para a luz vermelha é 1,5885 e para a luz azul 1,5982, determine a dispersão angular dessas duas cores quando o feixe atravessa a placa de vidro. Faça um esquema.



O som e o efeito de Doppler

**26** Duas ondas sonoras, uma no ar e a outra na água, têm a mesma frequência.

**26.1** Qual é a razão entre as amplitudes de pressão da onda no ar e na água?

**26.2** Qual seria a razão das suas intensidades se as amplitudes de pressão fossem as mesmas?

**27** O altifalante de baixas frequências de uma coluna tem a área de  $0,05 \text{ m}^2$  e debita  $1 \text{ W}$  de potência sonora.

**27.1** Determine a intensidade na posição do altifalante.

**27.2** Admitindo que toda a potência é distribuída uniformemente pelo hemisfério posterior, determine a distância à qual a intensidade é  $0,1 \text{ Wm}^{-2}$ .

**28** Um aparelho de rádio está ligado, emitindo som com uma intensidade de  $45\text{dB}$ . Determine a intensidade média final quando se liga outro aparelho de rádio, com a mesma intensidade.

**29** Uma sirene de emergência num edifício usa uma frequência de  $1000 \text{ Hz}$ . Qual é a frequência ouvida por um automobilista que conduz a  $60 \text{ kmh}^{-1}$ , quando;

**29.1** este se aproxima do edifício?

**29.2** este se afasta do edifício?

**30.** Duas ambulâncias com sirenes iguais de  $1500 \text{ Hz}$  movem-se no mesmo sentido em direcção a um observador parado, com velocidade de  $70 \text{ kmh}^{-1}$  e  $80 \text{ kmh}^{-1}$ . Determine a frequência dos batimentos ouvidos pelo observador.