



- Engenharia Civil • Exercícios de Física de Física •
- **Ficha 9 • Movimento Vibratório • Capítulo 7 •**

Conhecimentos e capacidades a adquirir pelo aluno

Aplicação dos conceitos de posição, velocidade e aceleração. Frequência e período. Análise de gráficos
Aplicação dos conhecimentos matemáticos sobre trigonometria, vectores e derivadas.

1. A expressão da lei de movimento de um oscilador harmónico pontual é:

$$s(t) = 0,02 \sin(3\pi t + \pi/6) \text{ m}$$

Determine:

- 1.1 O valor do período (T), da amplitude e fase inicial do movimento.
- 1.2 O espaço percorrido pelo oscilador no intervalo de tempo $\left[0, \frac{3}{4}T\right]$ s.
- 1.3 Em que posição se encontra o oscilador no instante $t = 1/6$ s.
- 1.4 Em que instantes o oscilador passa pelas posições: $s(t_1) = -0,02$ m e $s(t_2) = 0,01$ m .

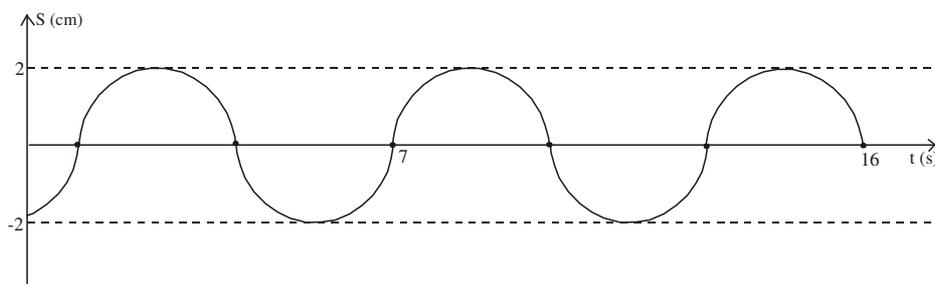
$$\text{R: } T = \frac{2}{3} \text{ s ; } A = 0,02 \text{ m ; } \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad ; } 0,0527 \text{ m ; } 0,017 \text{ m ;}$$

2. Uma massa de 10 g, suspensa no extremo de uma mola elástica, é posta a vibrar com uma amplitude de 2 cm. A constante elástica da mola é $1,2 \text{ Nm}^{-1}$. No início da contagem do tempo o ângulo de fase é 40° . Escrever a equação do movimento e calcular:

- 2.1 A frequência de vibração e a energia total do sistema vibrante.
- 2.2 A velocidade máxima da massa vibrante.
- 2.3 A aceleração no instante em que a elongação é -1,5 cm.

$$\text{R: } f = 1,74 \text{ Hz ; } E = 0,00224 \text{ J ; } 0,219 \text{ ms}^{-1} ; 1,8 \text{ ms}^{-2}$$

3. O gráfico representa a variação da elongação de um M.H.S. com o tempo. $S(0) = -\sqrt{3}$ cm



- 3.1 Determine o valor do período do movimento e o valor da fase na origem.
- 3.2 Escreva a expressão da elongação em função do tempo.
- 3.3 Trace o gráfico da variação da velocidade em função do tempo.
- 3.4 Calcule o valor da aceleração no instante inicial.

$$\text{R: } T = 6 \text{ s, } \varphi_0 = -\frac{\pi}{3} ; S(t) = 0,02 \sin\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ m ; } a_{(t=0s)} = 0,01899 \text{ ms}^{-2}$$



4. Uma mola elástica está presa numa extremidade e na outra encontra-se uma massa apoiada num plano horizontal paralelo ao eixo da mola. Desviada da posição de equilíbrio e largada, a massa passa a oscilar com um período de 0,7 s. Suspende-se, em seguida a mola na posição vertical. Calcular:

4.1 O período de oscilação da massa, depois de afastada da posição de equilíbrio.

4.2 O alongamento sofrido pela mola por acção da massa suspensa.

R: 0,7 s; 0,124 m

5. Uma partícula, situada na extremidade de um dos braços de um diapasão, passa pela sua posição de equilíbrio com uma velocidade de 2 ms^{-1} . A amplitude do movimento é de 1 mm.

5.1 Qual é a frequência e o período do diapasão?

6. Um corpo de massa $m = 50 \text{ g}$ descreve um movimento harmónico simples (M.H.S.) de período 0,5 s e amplitude 4 cm. No instante $t = 0 \text{ s}$ o corpo encontra-se na posição $x = 0 \text{ cm}$, (posição de equilíbrio), movendo-se no sentido negativo do eixo dos XX.

6.1 Calcular a constante elástica, k , da força que actua sobre o corpo.

6.2 Determinar em que instantes o corpo passa pela posição $x = -2 \text{ cm}$.

6.3 Comparar o intervalo de tempo que a partícula demora a ir da posição de abcissa $x = 0 \text{ cm}$ para a de $x = -2 \text{ cm}$, com o tempo que demora a ir do ponto de abcissa $x = -2 \text{ cm}$ para o de $x = -4 \text{ cm}$, sem inverter o sentido do movimento.

6.4 Calcular a velocidade da partícula em cada instante e determinar em que pontos o módulo da velocidade é máximo e onde é mínimo. (Com base neste estudo, justificar o resultado obtido na alínea 5.3).

6.5 Determinar as características da força que actua sobre o corpo em cada instante, relacionando-a com a posição onde este se encontra.

6.6 Relacionar o sentido da força que actua sobre o corpo com o sentido do movimento deste, e indicar quando é acelerado e quando é retardado.

6.7 Representar o gráfico da energia cinética, $E_c(t)$, da energia potencial, $E_p(t)$, e da energia total, $E_t(t)$, da partícula em cada instante.

$$R: 0,8 \pi^2 \text{ Nm}^{-1}; \frac{(n-1)}{4} + \frac{(-1)^{n-1}}{24} \text{ s}; \frac{1}{24} \text{ s} < \frac{2}{24} = \frac{1}{12} \text{ s};$$

$$v(t) = 16\pi \cos(4\pi t + \pi) \text{ cms}^{-1}; |v_{\max}(x=0)| = 16\pi \text{ cms}^{-1}; |v_{\min}(x=\pm 4\text{cm})| = 0 \text{ cms}^{-1};$$

$$F = ma = m(-\omega^2 x) = -m\omega^2 x = -kx; \text{ acelerado, quando se dirige para a posição de equilíbrio}; \\ \text{retardado quando se afasta da posição de equilíbrio.}$$

7. A aceleração da gravidade aumenta 0,44% do equador para a Gronelândia.

7.1 Se um pêndulo exhibe um período de 1 s no equador, qual será o número de oscilações (a mais ou a menos?) que esta fará durante um dia solar médio na Gronelândia?

7.2 Qual deverá ser o ajuste a efectuar para que o número de oscilações durante um mesmo período temporal seja o mesmo (entre as duas localizações)?

7.3 Como varia o período com a massa e o com a amplitude de oscilação.



8. Um pêndulo (gravítico) consiste numa esfera de alumínio suspensa por um fio com 1 m de comprimento. Em 27 minutos, a amplitude de oscilação diminui de 6,00 para 5,40°.

8.1 Determine o coeficiente de amortecimento (γ).

8.2 Discuta a forma como a viscosidade do ar afecta o período do pêndulo.

8.3 Escreva a expressão do movimento oscilatório do pêndulo.

9. Uma partícula vibra com uma frequência de 100 Hz e uma amplitude de 3 mm.

9.1 Calcule a velocidade e a aceleração nos pontos médios e extremos da trajectória.

9.2 Escreva a equação da elongação em função do tempo (supondo nula a fase inicial).

10. Uma partícula está sujeita, simultaneamente a dois movimentos harmónicos Determine o movimento resultante, quando temos a;

10.1 mesma frequência angular e direcção: $x_1(t) = 10 \cos(2t)$ e $x_2(t) = 6 \cos(2t + \frac{5}{12}\pi)$ m

10.2 mesma direcção: $x_1(t) = 10 \cos(2t)$ e $x_2(t) = 10 \cos(4t)$ m

10.3 direcções perpendiculares: $x_1(t) = 10 \cos(2t)$ e $y_2(t) = 10 \cos(2t)$ m

[considere a seguinte igualdade: $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos(\frac{1}{2}(\alpha + \beta)) \cos(\frac{1}{2}(\alpha - \beta))$]

11. Uma mola elástica está presa numa extremidade e na outra encontra-se uma massa apoiada num plano horizontal paralelo ao eixo da mola. Desviada da posição de equilíbrio e largada, a massa passa a oscilar com um período de 0,7 s. Suspende-se, em seguida a mola na posição vertical. Calcular:

11.1 O período de oscilação da massa, depois de afastada da posição de equilíbrio.

11.2 O alongamento sofrido pela mola por acção da massa suspensa.

12. Quando uma pessoa de 70 kg entra no interior de um automóvel com massa de 750 kg, o centro de massa do mesmo baixa de 0,5 cm.

12.1 Qual a constante elástica (k) das molas do automóvel?

12.2 Qual o período de oscilação do automóvel vazio e com a pessoa lá dentro?

13. Uma partícula move-se com um movimento harmónico simples de 1,5 m de amplitude e uma frequência de 100 Hz.

13.1 Qual a sua frequência angular?

Quando o deslocamento é de 0,75 m. calcule;

13.2 a sua velocidade,

13.3 a sua aceleração,

13.4 a sua fase.