Capítulo 2

Fichas de movimento ondulatório

Propagação de ondas progressivas

1. Verifique quais das seguintes funções podem descrever uma onda que se propaga sem se deformar, no eixo x,com velocidade constante. Para o caso das funções que descrevem uma onda, indique o sentido de propagação e a velocidade de fase.

   (a) $f_1(x,t) = \frac{1}{x^2 \times t}$

   (b) $f_2(x,t) = \frac{1}{1+(x-3t)^2}$

   (c) $f_3(x,t) = \frac{1}{5(x^2+3t)}$

   (d) $f_4(x,t) = \begin{cases} 5 & \text{se } |x+4t| < 2, \\ 0 & \text{se } |x+4t| \geq 2 \end{cases}$

   Represente as funções para os instantes t=0, t=1 e t=2. Solução: $f_2 \hookrightarrow$ pulso de onda que se propaga no eixo X, com velocidade igual a 3 m/s, no sentido positivo; f_4 $\hookrightarrow$pulso de onda rectangular que se propaga no eixo X, com velocidade igual a -4 m/s, no sentido negativo.

2. Uma onda electromagnética tem uma frequência de 6×10^{14} Hz.

   (a) Determine o respectivo período.

   (b) Determine o seu comprimento de onda no vácuo ($c = 3 \times 10^8$ m/s)

   (c) Sabendo que a velocidade da luz na água é 0,75 c, determine a frequência e o comprimento desta onda em água.

   SOLUÇÃO: $1/6 \times 10^{-14}$ s; $0,0005$ mm; 6×10^{14} Hz; $0,000375$ mm.

3. O espectro de comprimentos de onda para a luz visível varia entre cerca de 40×10^{-8} m (violeta) e cerca de 75×10^{-8} m (vermelho).Entre que valores varia a frequência da luz visível? SOLUÇÃO: 75×10^4 GHz; 40×10^4 GHz

4. As frequências audíveis variam entre 20 Hz (sons graves) e 20 kHz (sons agudos). Quais os comprimentos de onda no ar das ondas sonoras que correspondem a estas frequências? SOLUÇÃO: 17,2 m e 1,72 cm.

5. Observe as figuras:

   (a) A Figura 1.1 representa uma onda aproximadamente sinusoidal no mar e uma bóia para prender um barco, que efectua 10 oscilações por minuto. Qual a frequência, comprimento de onda e velocidade de propagação da onda?

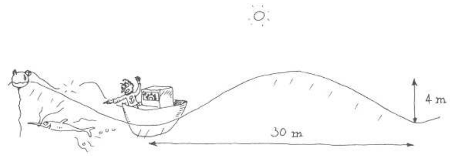


Figura 2.1: Ondas do mar

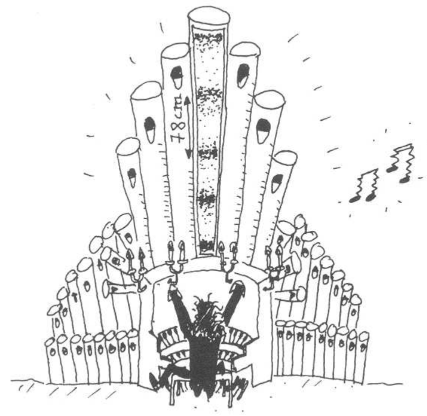


Figura 2.2: Ondas de som

(b) A Figura 1.2 representa esquematicamente as regiões de compressão e descompressão do ar no interior de um tubo de órgão quando uma nota musical é produzida (neste caso, o Lá de referência da escala). A variação máxima de pressão no interior do tubo é de 28 Pascal. Sabendo que a velocidade da propagação do som no ar é de 344 m/s e atendendo aos dados da figura, qual a frequência e comprimento de onda que corresponde àquela nota musical?

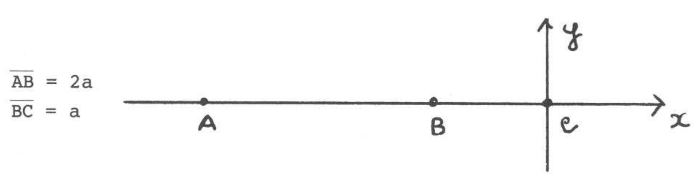
(c) Descreva matematicamente as duas ondas e esboce os respectivos gráficos em função do espaço, do tempo e da variável x-vt, em que v é a velocidade de propagação. Qual é a diferença entre as duas ondas?

(d) Caracterize o movimento de uma pequena porção do meio quando é atingida pela onda.

(e) A variação de pressão de 28 Pa corresponde ao máximo que o ouvido humano pode suportar. A que fracção da pressão atmosférica corresponde essa variação da pressão?

SOLUÇÃO:0,17 Hz, 30 m, 5 m/s; 440 Hz, 78 cm; 2 sin [0,21 (x - 5 t)] m, 14 sin [8,06 (x - 344 t)] Pa; $\frac{\Delta P}{P} = 2,77 \times 10^{-14}$.

6. (Fundamentos, pg623)



- Observam-se três partículas A, B e C dispostas em linha recta, e cujas distâncias entre si são: $\overline{AB} = 2a$ e $\overline{BC} = a$.
- As partículas estão inicialmente em repouso. Num dado instante a partícula C começa a descrever um movimento harmónico simples numa direcção perpendicular à linha ABC, de amplitude igual a 3, deslocando-se para cima.
- Dois segundos depois B entra também em vibração.
- C volta a passar, pela primeira vez, na posição de equilíbrio, no mesmo instante em que A começa a vibrar.

Supondo que A, B e C são três pontos de uma corda por onde se propaga uma onda transversal:

(a) Em que sentido se propaga a onda?

(b) Qual é a velocidade de propagação?

(c) Em que instante iniciou A o seu movimento?

(d) Qual a frequência angular?

(e) Escrever a equação da onda.

(f) Calcular o comprimento de onda.

(g) Escrever a equação do movimento harmónico simples executado por B, tomando para t = 0 o instante em que C começou a vibrar.

SOLUÇÃO: Propaga-se no sentido negativo do eixo OX;$v = \frac{a}{2}$; t = 6 s; $\omega = \frac{\pi}{6}$ rad/s; $\lambda = 6a$; $y(x,t) = 3\sin(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{3a}x)$; $y(-a,t) = 3\sin(\frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{3})$.

7. Mostre que cada uma das seguintes expressões tem a dimensão de uma velocidade:

Meio	Tipo de onda	velocidade de propagação	designação da constante elástica (unidade SI)	densidade do meio (unidade SI)
corda	transversal	$\sqrt{\frac{T}{\rho}}$	T tensão (N)	ρ (Kg/m)
mola	longitudinal	$\sqrt{\frac{KL}{\rho}}$	K cte. elástica (N/m)	ρ (Kg/m)
haste	longitudinal	$\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$	Y mód. de Young(N/m^2)	ρ (Kg/m^3)
haste	tranversal	$\sqrt{\frac{G}{\rho}}$	G mód. de rigidez(N/m^2)	ρ (Kg/m^3)
gás	longitudinal	$\sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$	κ mód. volumétrico(N/m^2)	ρ (Kg/m^3)
líquido	gravidade	$\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\mathcal{T}}{\rho\lambda}}$	$\mathcal{T}$ tensão superficial (N/m)	ρ (Kg/m^3)

(a) $\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$

(b) $\sqrt{\frac{KL}{\rho}}$

(c) $\sqrt{\frac{\kappa}{\rho}}$

(d) $\sqrt{\frac{T}{\rho}}$

(e) $\sqrt{\frac{G}{\rho}}$

(f) $\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\mathcal{T}}{\rho\lambda}}$

8. (Alonso, pg280) Quando uma mola com um comprimento normal de 1 m e massa de 0,2 kg está sujeita a uma força de 10 N ela distende-se 4 cm. Determine a velocidade de propagação das ondas longitudinais na mola. SOLUÇÃO: $35,6\,\mathrm{m.s^{-1}}$

9. (Alonso, pg280) Uma mola de aço tem um comprimento normal de 4 m e uma massa de 200g. Quando a mola é fixa verticalmente e um corpo de 100 g é preso à sua extremidade mais baixa, a mola distende-se 5,0 cm. Determine a velocidade das ondas longitudinais no aço.

SOLUÇÃO: $40,0\,\mathrm{m/s}$.

10. (Dias de Deus, pg67) Sismos submarinos provocam ondas de comprimento de onda muito grande quando comparado com a profundidade do mar e que se propagam a grande velocidade, sem que a sua forma se altere significativamente no percurso (onda de maré ou "tsunami"). A velocidade destas ondas depende da profundidade do mar h e da aceleração da gravidade, $v = \sqrt{gh}$.

(a) A água é um meio dispersivo para estas ondas?

(b) Calcule a velocidade aproximada da onda que destruiu a parte baixa de Lisboa no terramoto de 1755 e o tempo aproximado que esta levou a propagar-se desde a entrada do estuário até ao Cais das Colunas (cerca de 6 km). Profundidade média da embocadura do estuário do Tejo: h = 30 m.

SOLUÇÃO: Não, porque v não depende de λ ; v = 61 km/h; 6 min.

11. (Dias de Deus, pg67) As ondas do mar sofrem dispersão quando a profundidade é grande face ao comprimento da onda, pelo que a sua forma se altera durante a propagação. Não existindo interacção com o fundo do mar para ondas em que o efeito da tensão superficial é desprezável, a velocidade é dada por $v = A\sqrt{g\lambda}$ em que g é a aceleração da gravidade, λ o comprimento de onda e A uma constante de proporcionalidade. Um barco a motor avança para a praia. Se o grupo de ondas originado junto à proa do barco tem um comprimento de onda médio $\lambda_{\text{médio}} = 1\,\text{m}$ e se propaga até à praia com uma velocidade de 10 m/s, qual a velocidade de uma onda nesse grupo que tenha exactamente $\lambda = 1\,\text{m}$. Recorde que a velocidade de grupo é dada por $u = v - \lambda\frac{dv}{d\lambda}$. SOLUÇÃO: $A\sqrt{g\lambda} - \lambda\frac{A}{2}\sqrt{\frac{g}{\lambda}} = \frac{v}{2} \Rightarrow v = 20\,\text{m/s}$

Ondas estacionárias e batimentos

1. Considere um pulso de onda quadrado numa corda a deslocar-se em direcção a uma das extremidades da corda. Esboce a forma da corda após reflexão total do pulso na extremidade da corda:

   (a) no caso de a extremidade estar fixa;

   (b) no caso de a extremidade se poder mover livremente.

2. (Dias de Deus, pg66) A tensão na corda mais longa de um piano é 1090 N e a massa por unidade de comprimento é 0,07 kg m-1.

   (a) Com que velocidade se propaga a onda produzida nesta corda quando a tecla correspondente é percutida?

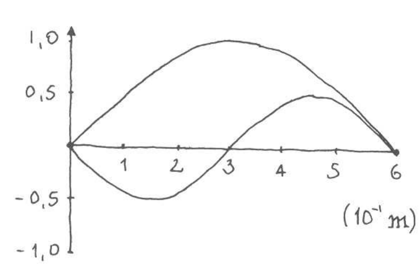
   (b) Qual a frequência fundamental da corda, sabendo que esta tem 2,36 m de comprimento?

   (c) Qual o comprimento de onda da vibração que se propaga na corda quando a frequência com que esta vibra é a fundamental?

   (d) Qual o comprimento de onda do som produzido pela corda no ar?

   SOLUÇÃO: 125m/s; 26,5 Hz; 4,7 m; 12,9

3. (Dias de Deus, pg67) A figura representa duas harmónicas de uma corda vibrante num dado instante:



   (a) As harmónicas são ondas estacionárias? A que harmónica corresponde a curva I? E a curva II?

   (b) Qual o comprimento de onda e os nodos da 1ª e 2ª harmónicas?

(c) A onda produzida na corda nesse instante é a sobreposição da destas duas harmónicas. Esboce o gráfico.

SOLUÇÃO: I - 1ª harmónica II - 2ª harmónica; $\lambda_1 = 1,2\,\mathrm{m}$; $\lambda_2 = 0,6\,\mathrm{m}$; Nodos: x1 = 0 m, x2 = 0,3 m e x3 = 0,6 m.

4. (Dias de Deus, pg67) Um diapasão cuja frequência de vibração é de 300 Hz é usado para afinar um violino. Pondo o diapasão a vibrar ao mesmo tempo que uma das cordas do violino é excitada, ouvem-se batimentos com uma frequência de 5 Hz.

   (a) Quais as frequências possíveis para o som produzido pela corda?

   (b) Como varia a frequência do som produzido com a tensão feita na corda?

   (c) Aumentando a tensão na corda, a frequência do batimento diminui, ficando o violino quase afinado. A corda do violino estava a vibrar com uma frequência inferior ou superior à do diapasão?

   SOLUÇÃO:$\mathrm{f}_{\mathrm{batimento}} = f1 - f2$; 295 Hz ou 305 Hz; $f = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ aumenta com $\sqrt{T}$; $\mathrm{f}_{\mathrm{batimento}}$ diminui, pelo que $\mathrm{f}_{\mathrm{violino}} = f2 = 295\,\mathrm{Hz}$.

Reflexão e refracção

1. (Dias de Deus, pg68) Um raio de luz verde passa de uma placa de vidro de índice de refracção 1,5 para o ar. O comprimento de onda da luz ao atravessar a placa é 333 nm (lembre-se que 1 nanómetro = 10^{-9} m).

   (a) Qual o comprimento de onda da luz verde no ar?

   (b) A frequência da radiação é igual ou diferente nos dois meios? Calcule-a.

   (c) Qual o ângulo crítico a partir do qual se dá a reflexão total?

   (d) Existe ângulo crítico para a luz do ar para o vidro? Porquê?

   SOLUÇÃO: 500 nm; Igual; 600 Terahertz (1 Tera = 10^{12}); 42°; Não, $\sin\phi < 1$.

2. (de Deus, pg68] Um homem à beira de um lago pretende pescar um peixe com um arpão.

   (a) O peixe é visto pelo eventual pescador acima ou abaixo da profundidade real a que se encontra? Porquê?

   (b) Se o pescador vê o peixe fazendo um ângulo de 30°com a normal à superfície da água (ver esquema), que ângulo de correcção deve fazer ao apontar o arpão para acertar no peixe?

   SOLUÇÃO: a) Acima; b) 30°- 22°= 8°

3. (Dias de Deus, pg68) Um feixe de luz branca incide sobre uma placa de vidro fazendo um ângulo de 80º com a superfície. Sabendo que o índice de refracção desse vidro para a luz vermelha é de 1,5885 e para a luz azul 1,5982, determine a dispersão angular dessas duas cores quando o feixe atravessa a placa de vidro. Faça um esquema.

   SOLUÇÃO: 2´18´´

O som e o efeito Doppler

1. (Alonso, pg282) O som mais fraco que pode ser ouvido tem uma amplitude de pressão de aproximadamente $2 \times 10^{-5}\,\mathrm{Nm}^{-2}$ e o mais forte que pode ser ouvido sem dor tem uma amplitude de pressão aproximadamente $28\,\mathrm{Nm}^{-2}$. Determine, em cada caso, a intensidade do som, ambos em Wm^{-2} e em db, e a amplitude de oscilação, considerando que a frequência é de 500 Hz. Admita a densidade do ar igual a $1,29\mathrm{Kgm}^{-3}$ e a velocidade do som igual a 345 m/s.

   SOLUÇÃO: Para o som mais fraco: $4,49 \times 10^{-13}\,\mathrm{Wm}^{-2}$;-3,5 db; $1,43 \times 10^{-11}$ m; para o som mais alto: $0,881\,\mathrm{Wm}^{-2}$;119 db; $2,00 \times 10^{-5}$ m

2. (Alonso, pg282) Duas ondas sonoras, uma no ar e a outra na água, têm a mesma intensidade.

   (a) Qual é a razão entre as amplitudes de pressão da onda no ar para a onda na água?

   (b) Qual seria a razão de suas intensidades se as amplitudes de pressão fossem as mesmas?

   SOLUÇÃO: 57,9; $2,98 \times 10^{-2}$.

3. O altifalante de baixas frequências de uma coluna tem uma área de $0,05\,\mathrm{m}^2$ e debita 1 W de potência sonora.

   (a) Determine a intensidade na posição do altifalante;

   (b) Admitindo que toda a potência é distribuida uniformemente pelo hemisfério posterior, determine a distância à qual a intensidade é $0,1\,\mathrm{Wm}^{-2}$.

   SOLUÇÃO: $20\,\mathrm{Wm}^{-2}$; 1,26 m.

4. Um aparelho de rádio está ligado, emitindo som com uma intensidade de 45 dB. Determine a intensidade média final quando se liga outro aparelho de rádio, com a mesma intensidade.

   SOLUÇÃO: 48 dB.

5. Uma sirene de emergência num edifício usa uma frequência de 1000 Hz. Qual é a frequência ouvida por automobilistas conduzindo a 15 m/s

   (a) que se aproximam do edifício?

   (b) que se afastam do edifício?

   SOLUÇÃO: 1043,6 Hz; 956 Hz.

6. Duas ambulâncias com sirenes iguais de 1500 Hz movem-se no mesmo sentido em direcção a um observador parado, com velocidades de 70 Km/h e 80 Km/h, respectivamente. Determine a frequência dos batimentos ouvidos pelo observador.

   SOLUÇÃO: 13,78 Hz.