

## Capítulo 3

# Fichas de electromagnetismo básico

### Electrostática - Noções básicas

1. Enuncie as principais diferenças e semelhanças entre a lei da atracção gravitacional e a lei da interacção eléctrica.
2. Represente as linhas de campo eléctrico produzidas por:
  - (a) uma carga pontual positiva,
  - (b) uma carga pontual negativa,
  - (c) um dipolo eléctrico,
  - (d) uma linha infinita uniformemente carregada,
  - (e) um plano uniformemente carregado.
3. Cinco cargas idênticas  $Q$  encontram-se igualmente espaçadas sobre uma semicircunferência de raio  $R$ , conforme ilustra a figura. Determine:

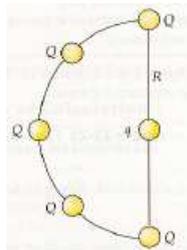


Figura 3.1: Distribuição semicircular de cargas

- (a) o campo eléctrico no centro do semicírculo;
- (b) a força eléctrica sobre uma carga  $q$  colocada no centro do semicírculo.

SOLUÇÃO:  $\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}(1 + \sqrt{2})\vec{u}_x$ ;  $\frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 R^2}(1 + \sqrt{2})\vec{u}_x$

4. Um electrão ( $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$  Kg;  $q_e = -1,6 \times 10^{-19}$  C) de energia cinética  $2 \times 10^{-16}$  J move-se para a direi ao longo do eixo de um tubo de raios catódicos, conforme ilustra a figura. Existe um campo eléctrico  $\vec{E} = 2 \times 10^4 \vec{u}_y$  N/C na região entre as placas. O campo anula-se fora das placas. Determine:

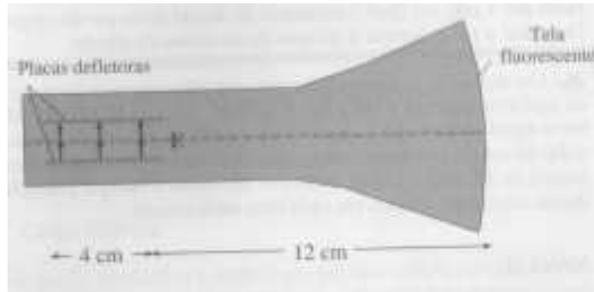


Figura 3.2: Tubo de raios catódicos

- (a) a distância do eixo do tubo a que está o electrão no instante em que atinge a outra extremidade das placas;
- (b) o ângulo que a velocidade do electrão faz com o eixo no mesmo instante;
- (c) a distância ao eixo no instante em que atinge o alvo fluorescente.

SOLUÇÃO: 6,4 mm; 17,7°; 4,5 cm

5. Considere um campo eléctrico uniforme na região entre duas placas paralelas, carregadas com cargas iguais e opostas e afastadas de 1,60 cm. Um protão ( $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$  Kg,  $q_p = 1,602 \times 10^{-19}$  C) é libertado da superfície da placa positiva, atingindo a superfície da outra placa, num intervalo de tempo igual a  $1,50 \times 10^{-6}$  s. Despreze o efeito da força gravítica sobre o protão.
  - (a) Obtenha a intensidade do campo eléctrico entre as placas.
  - (b) Obtenha a velocidade do protão quando atinge a superfície da placa negativa.
  - (c) Descreva o movimento do protão se a sua velocidade inicial formasse um ângulo com o campo eléctrico.

SOLUÇÃO: 148 V/m;  $2,13 \times 10^4$  m/s.

6. Uma carga pontual de  $3 \mu\text{C}$  é libertada na origem das coordenadas a partir do repouso. A carga fica sujeita ao campo eléctrico uniforme  $\vec{E} = 2000 \vec{u}_x$  N/C. Determine:
  - (a) a diferença de potencial eléctrico entre os pontos  $x=0$  m e  $x=4$  m;
  - (b) a variação de energia potencial da carga quando passa de  $x=0$  m para  $x=4$  m;
  - (c) a energia cinética da carga ao chegar a  $x=4$  m;
  - (d) a função potencial eléctrico, arbitrando
    - i.  $V(x=0 \text{ m})=0$  V;
    - ii.  $V(x=0 \text{ m})=4000$  V;
    - iii.  $V(x=1 \text{ m})=0$  V;

Verifique que todas estas funções potencial correspondem ao mesmo campo eléctrico.

SOLUÇÃO: -8000 V; -0,024 J; 0,024 J;  $V(x)=-2000x$ ;  $V(x)=4000-2000x$ ;  $V(x)=2000-2000x$ .

7. Calcule a "velocidade clássica" do electrão em torno do protão no átomo de hidrogénio, sabendo que o raio da primeira órbita de Bohr é  $5,3 \text{ \AA}$ . Calcule também a energia total do electrão no átomo. SOLUÇÃO: 0,01 c; -13,6 eV.
8. A distância entre os iões  $K^+$  e  $Cl^-$  no cloreto de potássio é  $2,8 \text{ \AA}$ . Determine a energia necessária para separar os dois iões, supostos pontuais, para uma distância infinita. Exprima o resultado em eV.

SOLUÇÃO: 5,1 eV.

9. Três cargas idênticas estão colocadas no plano  $xy$ . Duas das cargas estão no eixo  $y$ , em  $y = a$  e em  $y = -a$ . A terceira carga está no eixo  $x$ , em  $x = a$ .
- Determine o potencial eléctrico no eixo  $x$ .
  - Determine a componente  $x$  do campo eléctrico, a partir do resultado da alínea anterior.
  - Verifique se os resultados das alíneas anteriores são os esperados em  $x = 0$  m e em  $x = \infty$ .

SOLUÇÃO:  $V(x) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2}{\sqrt{x^2+a^2}} + \frac{1}{|x-a|} \right)$ ;  $(E(x))_{x \neq a} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{2}{(x^2+a^2)^{3/2}} \pm \frac{1}{(x-a)^2} \right)$ .

10. Considere o arranjo de duas partículas de igual massa e cargas  $q_1$  e  $q_2$ , respectivamente, colocadas na extremidade de dois fios, em equilíbrio, como indica a figura.

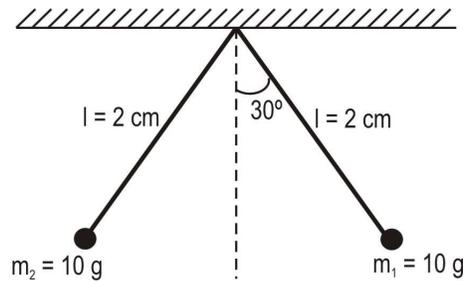


Figura 3.3: Cargas em equilíbrio

- Desenhe para cada carga, as forças aplicadas, e identifique-as, indicando o corpo que exerce cada uma das forças.
- Obtenha a intensidade da tensão em cada um dos fios e a intensidade de força eléctrica em cada esfera.
- Calcule a relação entre as cargas das esferas.
- As duas esferas são então ligadas por um pequeno fio condutor, permitindo a transferência de carga de uma para outra, até que as cargas nas duas esferas fiquem iguais. O fio condutor é então retirado e, na situação de equilíbrio, os fios de suspensão de cada esfera fazem com a vertical um ângulo de  $52,1^\circ$ . Obtenha os valores das cargas  $q_1$  e  $q_2$ . (Nota: a carga total das duas esferas é conservada.)

SOLUÇÃO:  $T = \frac{0,2}{\sqrt{3}} \text{ N} \approx 0,115 \text{ N}$ ;  $q_1 \times q_2 = \frac{400\sqrt{3}}{9} \mu\text{C}^2 \approx 76,98 \mu\text{C}^2$ ;  $q_1 = 20 \mu\text{C}$ ;  $q_2 = 20\sqrt{3}/9 \approx 3,85 \mu\text{C}$ .

11. Uma carga pontual  $+Q$  está em  $x = -a$ .
- Determine o trabalho necessário para trazer uma outra carga  $+Q$  infinitamente afastada até  $x = +a$ .
  - Com as duas cargas  $+Q$  em  $x = a$  e em  $x = -a$ , determine o trabalho necessário para trazer uma terceira carga  $-Q$  infinitamente afastada até  $x = 0$ .
  - Nas condições da alínea anterior, determine o trabalho necessário para mover a carga  $-Q$  desde  $x = 0$  até  $x = +2a$ .

SOLUÇÃO:  $\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0(2a)}$ ;  $\frac{-2Q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$ ;  $\frac{2}{3} \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 a}$

12. No átomo de Bohr do átomo de hidrogénio, o electrão move-se em torno do protão numa órbita circular. No estado fundamental, o raio da órbita é  $5,29 \times 10^{-11}$  m.

- Determine o momento dipolar eléctrico do átomo num dado instante.

(b) Neste modelo, o átomo de hidrogénio tem momento dipolar eléctrico permanente?

SOLUÇÃO:  $8,46 \times 10^{-30} \text{Cm}$ ; Não

13. Um átomo com um momento dipolar eléctrico de  $8,46 \times 10^{-30} \text{Cm}$  encontra-se sujeito um campo eléctrico uniforme de  $10^4 \text{N/C}$ . Se o momento dipolar fizer  $30^\circ$  com o campo eléctrico, determine:

- (a) o momento do binário que age no átomo;
- (b) a energia potencial do sistema.

SOLUÇÃO:  $4,26 \times 10^{-26} \text{Nm}$ ;  $7,33 \times 10^{-26} \text{J}$

14. Represente a variação do potencial eléctrico de um dipolo em função de

- (a)  $r$ , para um ângulo  $\theta$  e
- (b) de  $\theta$  para uma distância fixa  $r$ .

A partir dos resultados anteriores determine o campo eléctrico produzido pelo dipolo nos pontos do eixo.

15. Determine como se move um dipolo eléctrico num campo eléctrico

- (a) uniforme,
- (b) não uniforme.

### Electrostática - Lei de Gauss e condensadores

1. (a) Determine, usando a lei de Gauss, o campo eléctrico em todo o espaço criado pelas seguintes distribuições de carga:

- i. distribuição linear uniforme de carga num fio rectilíneo e infinitamente comprido;
- ii. distribuição superficial uniforme de carga numa superfície cilíndrica infinita de raio  $a$ .

(b) Determine a função potencial eléctrico em todo o espaço, para cada uma destas distribuições, assumindo que em ambos os casos,  $V(a)=0$ .

SOLUÇÃO:  $E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ ;  $E(r) = 0$  se  $r < a$  e  $E(r) = \frac{\sigma a}{\epsilon_0 r}$  se  $r > a$ ;  $V(r) = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{a}$ ;  $V(r) = -\frac{\sigma a}{\epsilon_0} \ln \frac{r}{a}$  se  $r > a$  e  $V(r) = 0$  se  $r < a$ .

2. (a) O campo eléctrico à superfície da Terra é aproximadamente  $150 \text{N/C}$ , apontando radialmente para o centro da Terra. Determine a carga eléctrica total da Terra. (raio terrestre =  $6400 \text{km}$ )

(b) Numa dada região da atmosfera terrestre, o campo eléctrico é de  $150 \text{N/C}$  a uma altitude de  $250 \text{m}$  e de  $170 \text{N/C}$  a uma altitude de  $400 \text{m}$ , apontando radialmente para o centro da Terra. Determine a densidade volumétrica de carga (suposta uniforme) nessa região atmosférica.

SOLUÇÃO:  $-6,82 \times 10^5 \text{C}$ ;  $-1,17 \text{pC/m}^3$

3. Uma carga pontual  $Q$  está no centro de uma casca esférica condutora de raio interno  $R_1$  e raio externo  $R_2$ .

- (a) Considere que a casca esférica está isolada. Determine:
  - i. a distribuição de carga na casca esférica;
  - ii. o campo eléctrico em todo o espaço;
  - iii. o potencial eléctrico em todo o espaço.

- (b) Repita a alínea a) para o caso em que a superfície exterior da casca esférica está ligada à Terra.

SOLUÇÃO:  $\rho = 0$ ,  $\sigma_{R=R_1} = -\frac{Q}{4\pi R_1^2}$ ,  $\sigma_{R=R_2} = \frac{Q}{4\pi R_2^2}$ ;  $E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$  se  $(r < R_1 \text{ e } r > R_2)$  e  $E(r) = 0$  se  $(R_1 < r < R_2)$ ;  $V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$  se  $r > R_2$ ,  $V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$  se  $(R_1 < r < R_2)$  e  $V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} [\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}]$  se  $(r < R_1)$ ;  $\rho = 0$ ,  $\sigma_{R=R_1} = -\frac{Q}{4\pi R_1^2}$ ,  $\sigma_{R=R_2} = 0$ ;  $E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$  se  $(r < R_1)$  e  $E(r) = 0$  se  $(r > R_2)$ ;  $V(r) = 0$  se  $r > R_1$  e  $V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} [\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}]$  se  $(r < R_1)$ .

4. Determine o raio de um condutor esférico com a capacidade de 1 F.

SOLUÇÃO:  $9 \times 10^9$  m

5. Determine a capacidade de um condensador cilíndrico constituído por duas folhas condutoras cilíndricas de comprimento L, dispostas coaxialmente. As folhas interior e exterior têm raios  $R_1$  e  $R_2$ , respectivamente, onde  $R_1 < R_2 \ll L$ .

SOLUÇÃO:  $C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$

6. Um condensador de placas planas e paralelas é constituído por duas placas quadradas de lado 14 cm, separadas de 2 mm. O condensador é ligado a uma bateria de 12 V e posteriormente desligado, aumentando-se a separação entre as placas para 3,5 mm. Determine:

- (a) a carga armazenada no condensador;  
 (b) a energia potencial electrostática originalmente armazenada;  
 (c) a energia potencial electrostática armazenada após aumentar a distância.

SOLUÇÃO: 10,4 nC; 6,21 nJ; 10,97 nJ

7. Considere dois condensadores de capacidade  $C_1$  e  $C_2$ , respectivamente. Mostre que:

- (a) ao ligar estes condensadores em paralelo, a capacidade equivalente C do sistema é  $C = C_1 + C_2$  ;  
 (b) ao ligar estes condensadores em série, a capacidade equivalente C do sistema é  $1/C = 1/C_1 + 1/C_2$ .

8. Determine, para o circuito da figura;

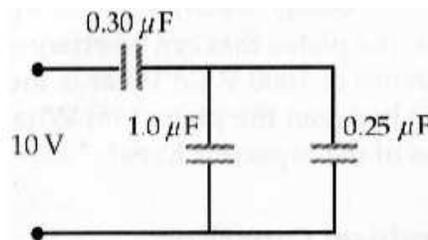


Figura 3.4: Associação de condensadores

- (a) a capacidade equivalente nos terminais;  
 (b) a energia potencial electrostática total armazenada.

SOLUÇÃO:  $0,24 \mu\text{F}$ ;  $0,12 \times 10^{-4}$  J

9. Um tubo Geiger consiste num fio (de raio 0,2 mm e comprimento 12 cm) e numa folha condutora cilíndrica de raio 1,5 cm, disposta coaxialmente ao fio.

- (a) Determine a capacidade do sistema, assumindo que o gás no interior do Geiger tem constante dielétrica 1.
- (b) Determine a carga por unidade de comprimento no fio quando a diferença de potencial entre a folha e o fio é de 1,2 kV.
- (c) Suponha que o Geiger é enchido com um gás de constante dielétrica 1,8, para o qual ocorre ruptura dielétrica quando sujeito a um campo eléctrico superior a 2 MV/m (i.e. o gás torna-se condutor para campos superiores ao indicado).
  - i. Determine a diferença de potencial máxima que se pode estabelecer entre o fio e a folha condutora.
  - ii. Determine a carga máxima por unidade de comprimento que se pode estabelecer no fio.

SOLUÇÃO: 1,54 pF; 15,4 nC/m; SOLUÇÃO: 1,7 kV; 39,6 nC/m

10. Os iões no interior e no exterior de uma célula estão separados por uma membrana plana de espessura 10 nm com uma constante dielétrica  $k=8$ . 10.a)
- (a) Determine a capacidade de 1 cm<sup>2</sup> de membrana.
  - (b) Se a diferença de potencial entre o interior e o exterior da membrana for de 0,1 V, determine a energia potencial electrostática armazenada na membrana.

SOLUÇÃO: 0,7  $\mu$ F; 3,52  $\mu$ F

11. Determine a capacidade do condensador de placas planas e paralelas da figura, onde  $K_1$  e  $K_2$  são as constantes dielétricas dos dielétricos representados.

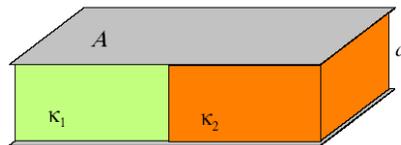


Figura 3.5: Associação (em paralelo) de dois condensadores planos

SOLUÇÃO:  $C = (\kappa_1 + \kappa_2) \frac{\epsilon_0 A}{2d}$

**Circuitos**

**Campo magnético. Indução magnética**