

ELECTROMAGNETISMO

Curso de Electrotecnia e de Computadores

1º Ano – 2º Semestre

2010-2011

Capítulo VIII – Lei de Faraday e a Indução Electromagnética

8.1 Campo Magnético variável

Com as observações e as descrições realizadas por *Oersted*, foi efectuada a ligação da origem do campo magnético às correntes eléctricas (cargas eléctricas em movimento) – conversão de efeitos eléctricos em efeitos magnéticos (conversão de energia eléctrica em energia magnética). Os campos magnéticos deixaram de ter origem exclusiva nos materiais magnetizados.

Logo se questionou e procurou a resposta para o seguinte questão:

**Será que efeitos magnéticos produzem efeitos eléctricos,
mais concretamente, será que geram correntes eléctricas ?**

A resposta afirmativa fecharia assim “um ciclo natural” de conversão entre efeitos eléctricos e efeitos magnéticos e *vice-versa*, entre energia eléctrica e energia magnética.

Muitos foram os cientistas e estudiosos que se dedicaram ao problema, mas apenas alguns o conseguiram resolver, embora saibamos hoje que bastantes se depararam com o fenómeno - sem o saberem detectar e interpretar.

8.1.1 Lei de Faraday

*Faraday*¹ é justamente associado ao fenómeno da indução, embora os cientistas *Neumann* e *Lenz* também tenham correctamente interpretado o fenómeno.

(a historia da vida e obra de *Faraday* é descrita no 3º capítulo do livro “As cinco equações que mudaram o mundo”, intitulado “Acto de classe”, Colecção Ciência Aberta, Gradiva)

Os efeitos dos campos magnéticos sobre os circuitos eléctricos foram detectados e explicados por *Faraday* em 1830, dez anos após o estabelecimento da lei de *Ámpere*.

Faraday constatou, como muitos outros, que a existência de ímanes estáticos perto de circuitos eléctricos não introduzia qualquer modificação nestes. Mas no caso em que esses mesmos ímanes se deslocam relativamente ao circuito – ocorre uma alteração na corrente eléctrica que os percorre, mas só durante essa deslocação, (figura 8.1). *Faraday* verificou que essa alteração é tanto mais intensa quanto maior for a deslocação dos magnetes.

¹ *Michael Faraday* (1791-1867) – Físico e Químico experimental Inglês. “Pai” da indução electromagnética.

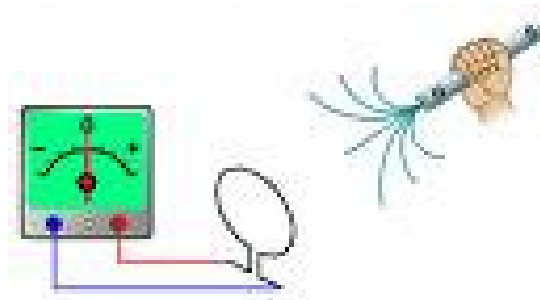


Figura 8.1 – Indução electromagnética por efeito da deslocação de íman.

O integral de linha do campo eléctrico $\vec{E}$ numa região do espaço onde o campo magnético (indução magnética $\vec{B}$) está a variar – não é zero (como no caso já estudado, da electrostática):

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_{Sup} \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (8.1)$$

em que Φ representa o fluxo magnético de $\vec{B}$ através da superfície limitada pelo contorno da circulação Γ . A unidade do fluxo magnético é o weber ($\text{Wb} = \text{V.s}$). Equivale ao fluxo que, ao atravessar um circuito de uma só espira, produz nesse mesmo circuito uma força electromotriz de 1 V quando, decrescendo uniformemente, se reduz a zero em 1 s. Unidade em honra de *Wilhelm Eduard Weber*, físico alemão (1804 - 1891).

Quando a superfície mantém a forma (não varia no tempo), então temos a seguinte expressão integral (global);

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\iint_{Sup} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{s} \quad (8.2)$$

A linha de contorno do integral (de linha) pode ser o nosso próprio circuito (espira). Significa isto que a d.d.p. aos terminais do nosso circuito é proporcional à taxa de variação negativa do campo de indução magnética, no tempo.

Aplicando o **teorema de Stokes** (7.30) à expressão anterior, temos a expressão diferencial (local);

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \quad (8.3)$$

Esta expressão é a **Equação de Maxwell** para a electrodinâmica, que relaciona os campos eléctricos com os campos magnéticos.

8.1.1.1 f.e.m. induzida

Consideremos o fluxo uniforme do campo magnético no espaço, num determinado instante, através de um circuito eléctrico móvel. Quando este fluxo é perpendicular à área do circuito, temos (figura 8.2);

$$\Phi = \iint_{Sup.} \vec{B} \cdot d\vec{s} = xBl \quad (8.4)$$

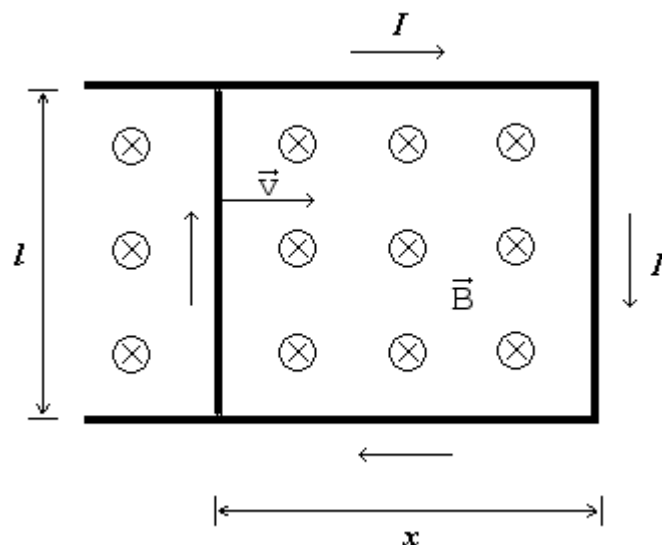


Figura 8.2 – Indução electromagnética em circuito com ramo móvel.
B existe perpendicularmente à área do circuito.

A *f.e.m.* induzida vem então (ver capítulo 7.3.5. Efeito de *Hall*);

$$f.e.m. = vBl \quad (8.4)$$

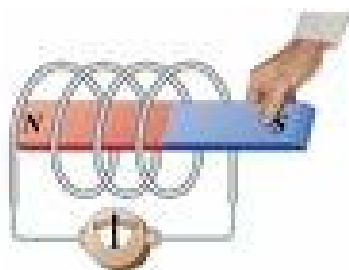
e do movimento da parte móvel do circuito; $v = -\frac{dx}{dt}$

temos assim, que:

$$f.e.m. = -\frac{dx}{dt}Bl = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (8.5)$$

A força electromotriz que actua no circuito (corrente que o percorre, atendendo à lei de *Ohm*), é igual à taxa de variação temporal do fluxo que atravessa o dito circuito.

O campo eléctrico induzido nos circuitos – comporta-se como se de uma “bateria invisível” se tratasse



Se tivermos, não uma única espira, mas um número n de espiras (um solenóide), então a *f.e.m.* induzida será n vezes o valor observado na espira simples.

Figura 8.3 – Indução electromagnética num solenóide.

Esta indução electromagnética é produzida por alteração do fluxo magnético, e esta alteração pode ser obtida de distintas maneiras:

- **variação temporal do campo magnético,**
- **variação do circuito (orientação),**
- **variação por deformação do circuito (área)**

8.1.2 Lei de Lenz

A lei de *Lenz*, de auto-equilíbrio natural, é uma consequência directa da lei de *Faraday*. A corrente eléctrica induzida provoca por sua vez um campo magnético, mas este tem tal sentido - que se opõe sempre à variação do campo magnético original que induz a *f.e.m.* no circuito. Este efeito é conhecido como a **lei de Lenz**.

Exemplifiquemos com os seguintes exemplos:

Primeiro - na figura 8.4, a área do circuito móvel está a aumentar, logo o fluxo de indução magnético B através dessa área, está também ele a aumentar. A corrente induzida (I) está assinalada. Mas o campo de indução magnético criado por essa mesma corrente I , nomeado de B_{ind} tem sentido oposto ao B inicial. A acção exercida no circuito (aumento da área) é de molde a repor a situação original em termos de fluxo magnético. O B_{ind} tende a diminuir a quantidade de fluxo B em excesso devido à área maior.

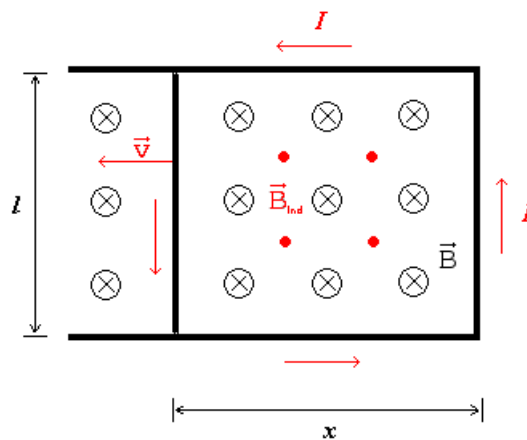


Figura 8.4 – Lei de Lenz. A vermelho, B_{ind} pela corrente induzida I , gerada pelo aumento da área do circuito.

Segundo - na figura 8.5, a área do circuito móvel está a diminuir, logo o fluxo de indução magnético B através dessa área, está também ele a diminuir. A corrente induzida (I) está assinalada. Mas o campo de indução magnético criado por essa mesma corrente I , nomeado de B_{ind} tem o mesmo sentido do B inicial. A acção exercida no circuito (diminuição da área) é de molde a repor a situação original em termos de fluxo magnético. O B_{ind} tende a aumentar a quantidade de fluxo B em diminuição devido à menor área.

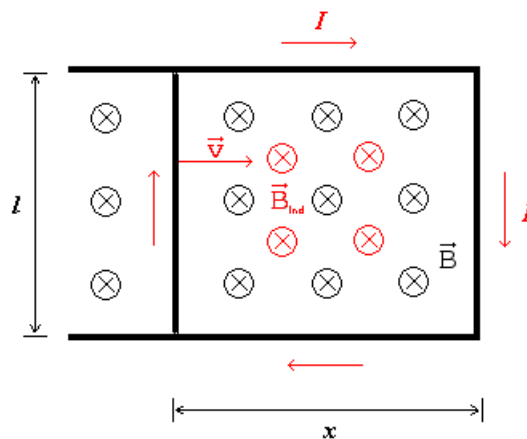


Figura 8.5 – Lei de Lenz. A vermelho, B_{ind} pela corrente induzida I , gerada pela diminuição da área do circuito.

8.1.3 Aplicação da lei de *Faraday* – o Transformador

Uma das aplicações mais simples que podemos ter da lei de *Faraday* é o transformador. Aplicamos uma d.d.p. variável (corrente variável) num solenóide (primário) e criamos assim um campo magnético uniforme mas variável no tempo. Quanto maior o número de espiras, maior é o fluxo magnético criado – usamos então N_p espiras. O fluxo magnético assim criado atravessa as N_s espiras do solenóide (secundário). A variação de fluxo magnético que atravessa este solenóide secundário – induz uma *f.e.m.* (corrente induzida) aos seus terminais, figura 8.6.

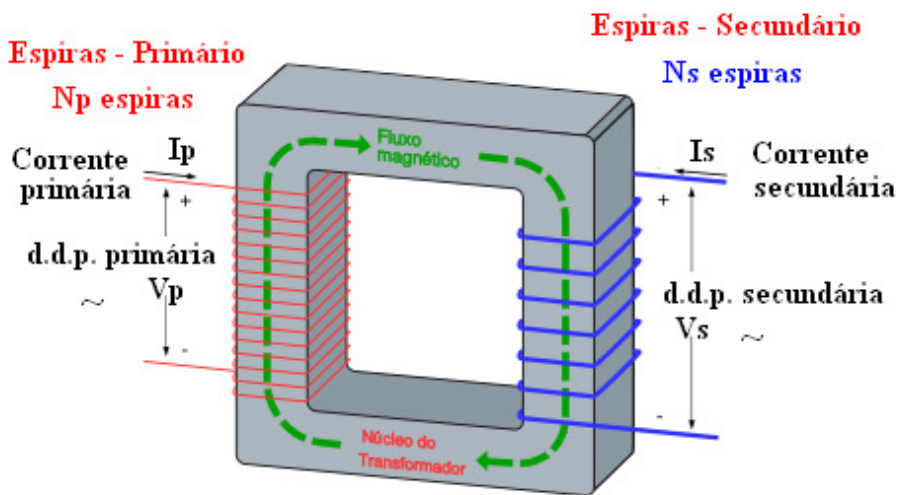


Figura 8.6 – Esquema de um transformador.

Para que o máximo de linhas do campo de indução magnética criado no solenóide primário atravessasse o solenóide do secundário, é usado um material com propriedades magnéticas de tal forma que as linhas são “basicamente canalizadas” de um solenóide para o outro. Esse material tem propriedades ferromagnéticas (ex: aço-silício, ferro), figura 8.7.

A razão entre as tensões de entrada e de saída é simplesmente geométrica (relação de espiras ou de transformação):

$$V_s = \frac{N_s}{N_p} V_p \quad \text{ou} \quad \frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = a \quad (8.6)$$

Se $a > 1$ temos um transformador diminuidor de tensão, se $a < 1$ temos um transformador elevador de tensão. O rendimento do transformador nunca é total (100%), pois existem linhas do campo de indução magnética do primário que não atravessam o secundário. O normal é termos rendimentos da ordem dos 80-90%.

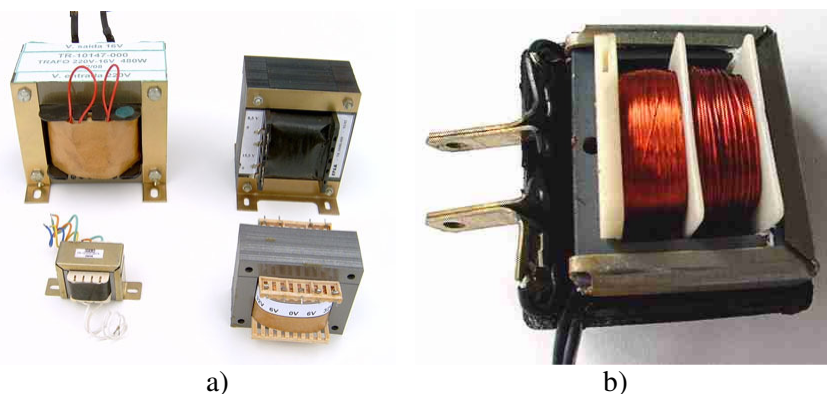


Figura 8.7 – Transformadores clássicos (baixa tensão).

8.1.4 Aplicação da lei de *Faraday* – Gerador de corrente eléctrica alternada

Um gerador eléctrico é um aparelho que converte energia mecânica (cinética) em energia eléctrica. A maneira usual é a aplicação de um movimento rotativo no eixo (rotor) de um sistema constituído por um bobinado, de tal forma que a variação da posição destas bobinas em relação a um campo de indução magnético constante (ímã permanente) – produz por indução uma *f.e.m.* nos terminais das referidas bobinas, figura 8.8.

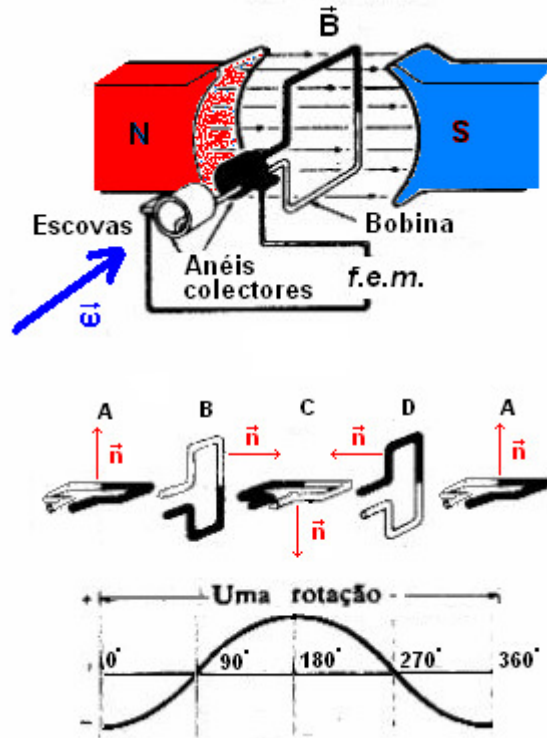


Figura 8.8 – Esquema de um gerador eléctrico (uma espira).

Vejamos o que sucede no gerador ilustrado na figura 8.8. Se iniciarmos a contagem do tempo ($t = 0$ s), quando a posição da normal da espira é perpendicular à indução magnética B (posição A da figura), então temos o fluxo magnético na espira como;

$$\Phi(t) = \vec{B} \cdot \vec{n}(t)S = S|\vec{B}|\sin(\theta + \varphi_0) = SB\sin(\omega t + \varphi_0)$$

em que S é a área da espira, θ é o ângulo entre a normal da espira e a indução magnética B . Como o eixo está a rodar com uma velocidade angular constante ω , vem que $\theta = \omega t$.

$$f.e.m. = \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\omega SB \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Com uma resistência eléctrica R em carga (e desprezando a pequena auto-indução L da espira) a corrente I , em n espiras, será;

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{\omega nSB}{R} \cos(\omega t + \varphi_0) = I_0 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (8.7)$$

Verificamos assim que um eixo rotativo com velocidade angular constante, produz num gerador eléctrico, um sinal eléctrico que varia sinusoidalmente.

Um típico gerador de energia eléctrica é o conversor de energia cinética do fluxo de água (ou outro fluído) em energia eléctrica, como no caso das centrais hidroeléctricas ou eólicas. No fundo quase todas as conversões de energia, para energia eléctrica usam este princípio, de fazer a conversão devido ao movimento de um fluído numa turbina. É esse movimento que faz girar uniformemente o eixo do gerador, como ilustrado na figura 8.9.

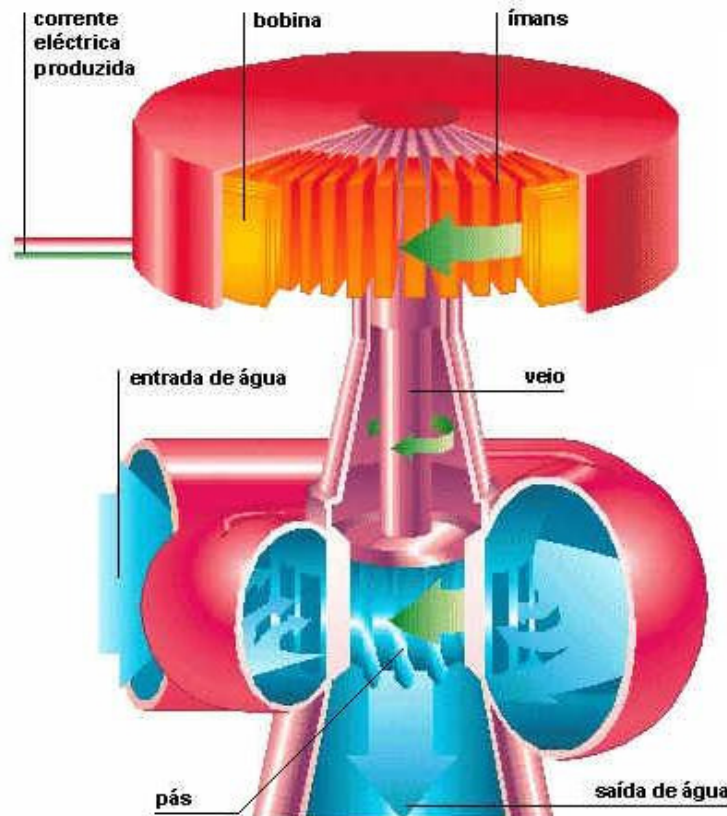


Figura 8.9 – Esquema de um gerador eléctrico de grande potência.

8.1.5 Correntes induzidas de *Foucault*

É com uma corrente alternada (sinusoidal como acabamos de ver), que podemos fazer as nossas aplicações no transformador eléctrico. Como já foi referido, para canalizar e aumentar o campo de indução magnética B no nosso transformador, usamos material de elevada permeabilidade magnética μ . Como esse material é também electricamente condutor (com pequena resistência R_0), o campo de indução magnética – vai produzir correntes no material, que por efeito de *Joule* – produz perda de energia – na nossa transformação, figura 8.10.

Se considerarmos um solenóide com corrente alterna dada por;

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t)$$

No eixo desse solenóide é criado um campo magnético induzido variável;

$$|\vec{B}(t)| = |\vec{B}_0| \sin(\omega t)$$

Numa determinada área S , a variação do fluxo magnético será:

$$\frac{d\Phi}{dt} = S \frac{dB}{dt} = S \omega B_0 \cos(\omega t) = -\mathcal{E}_F$$

A corrente de *Foucault* assim criada é inversamente proporcional à resistência (resistividade) do material usado.

$$I_F = \frac{\mathcal{E}_F}{R_0} \quad (8.8)$$

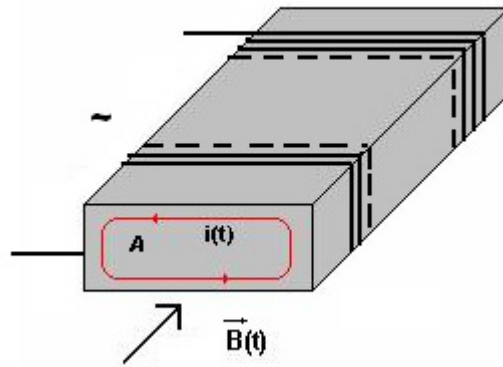


Figura 8.10 – Correntes de *Foucault* no material interior ao solenóide.

A forma encontrada para conseguir diminuir as perdas por efeito de *Joule* destas correntes é:

- usar materiais de elevada permeabilidade magnética μ com elevada resistividade eléctrica,
- diminuir ao máximo o tamanho das correntes no material.

Se colocarmos finas camadas de material (núcleo do transformador) electricamente isoladas entre si e paralelas às linhas do campo magnético, diminuámos muito o surgimento das correntes de *Foucault* e as respectivas perdas na transformação de energia do transformador, como representado na figura 8.11.

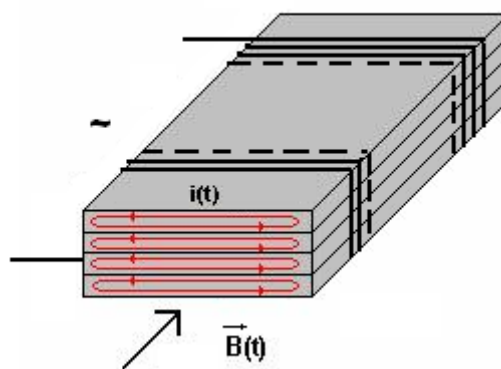


Figura 8.11 – Minimização das correntes de *Foucault*, por laminação do núcleo do transformador.

A perda de energia (por efeito de *Joule*) não é igual por todo o núcleo do transformador. Nas zonas onde o fluxo magnético é maior, também a taxa de variação é maior e as correntes induzidas de *Foucault* são mais intensas. É o caso da zona central no núcleo de um transformador clássico, do tipo representado na figura 8.7b). A figura 8.12 exhibe os valores de intensidade de indução magnética B num transformador.

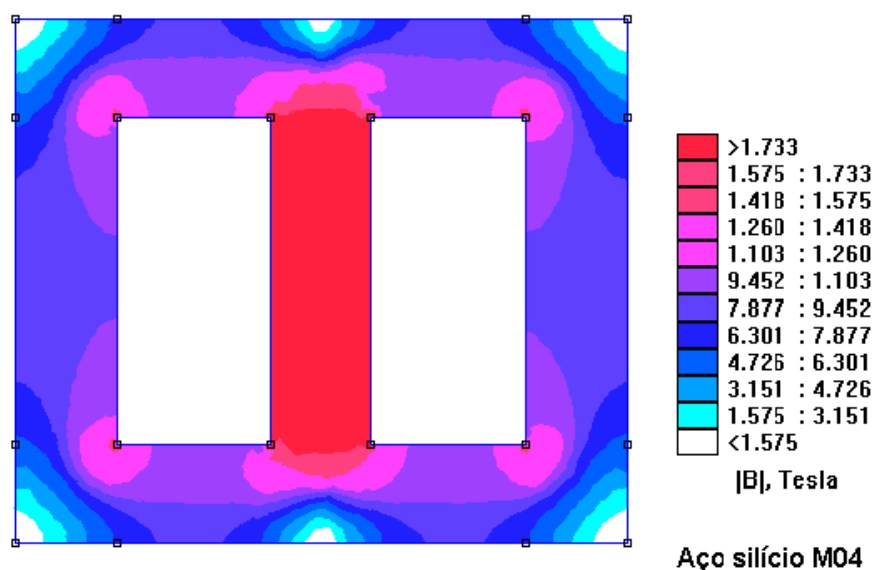


Figura 8.12 – Intensidade de indução magnética B na armadura do transformador.

8.2 Energia Magnética e Indutância

Como o fluxo magnético está associado a cargas em movimento, podemos pensar na energia magnética como uma energia cinética. Essa energia pode então ser dada por:

$$E = \int_0^t (d.d.p. \times corrente) dt = \int_0^t \frac{d\Phi}{dt} I dt \quad (8.9)$$

Se considerarmos apenas materiais em que o fluxo magnético é linearmente proporcional à corrente, temos que:

$$\Phi = LI \quad (8.10)$$

onde L é uma constante de proporcionalidade (auto-indução).

Vem então que;

$$E_{mag} = \int_0^t LI \frac{dI}{dt} dt = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} \Phi I \quad (8.11)$$

8.2.1 Indutância

Vamos analisar um circuito, onde aplicamos uma *f.e.m.* (V) numa pequena resistência R . Sendo R pequena, a corrente estabelecida deverá ser grande (pela lei de *Ohm*), figura 8.13. Mas essa grande corrente não se estabelece instantaneamente e a lei de *Ohm* nada nos indica sobre isso.

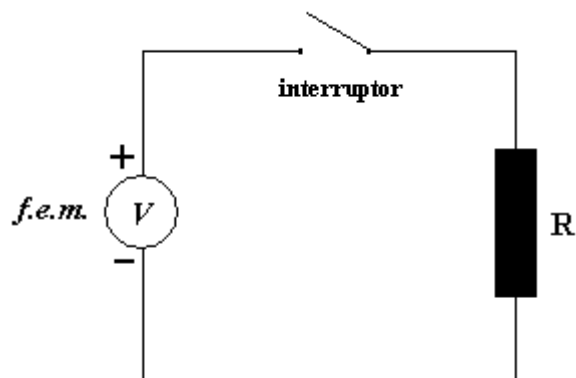


Figura 8.13 – Estabelecimento de corrente num circuito.

Mas pelo que sabemos e aplicando as leis de *Kirchhoff*, temos;

$$V - \frac{d\Phi}{dt} = RI(t) \quad (8.12)$$

no instante t em que a corrente é $I(t)$, e a sua variação está a produzir um fluxo magnético variável.

8.2.1.1 Auto-Indução

Se reescrevendo a expressão, obtemos;

$$V = L \frac{dI(t)}{dt} + RI(t) \quad (8.13)$$

Esta expressão é muito importante e válida no estabelecimento inicial (e final) do circuito de corrente contínua e rege os circuitos de corrente alterna. A constante **L** é assim muito importante e é conhecida como o **coeficiente de auto-indução**. Depende da **geometria do circuito**, e a sua unidade é o *Henry* (H).

$$1\text{H} = 1 \frac{\text{V.s}}{\text{A}} = \frac{\text{Wb}}{\text{A}}$$

A solução da expressão (8.13) é a seguinte:

$$I(t) = \frac{V}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = \frac{V}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (8.14)$$

com $\tau = \frac{L}{R}$, onde τ é a **constante de tempo** do circuito RL

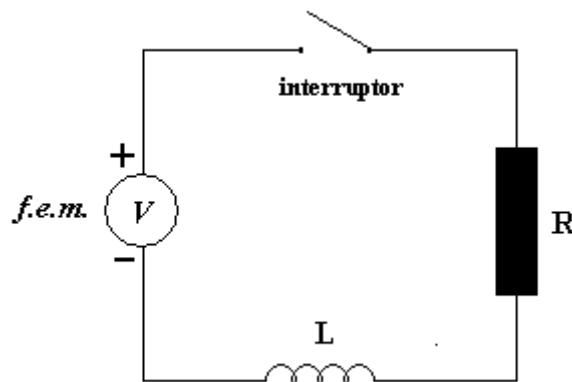


Figura 8.14 – Indutância num circuito.

A lei de *Ohm* fornece efectivamente a corrente (final) estabelecida no circuito, mas a auto-indução L é responsável pela forma da variação dessa corrente até esse estado final.

O coeficiente de auto-indução actua como um factor de inércia nos nossos circuitos.

A indução é uma medida da oposição à variação da corrente.

Vejamos a seguir a forma como essa corrente é estabelecida, pela expressão 8.14.

Um exemplo da forma como varia a corrente eléctrica num circuito, está indicado abaixo (figura 8.15), para o estabelecimento e o corte de tensão (fecho e abertura do interruptor), como na figura 8.14. A corrente tende assintoticamente para V/R , como fornecida pela lei de *Ohm*.

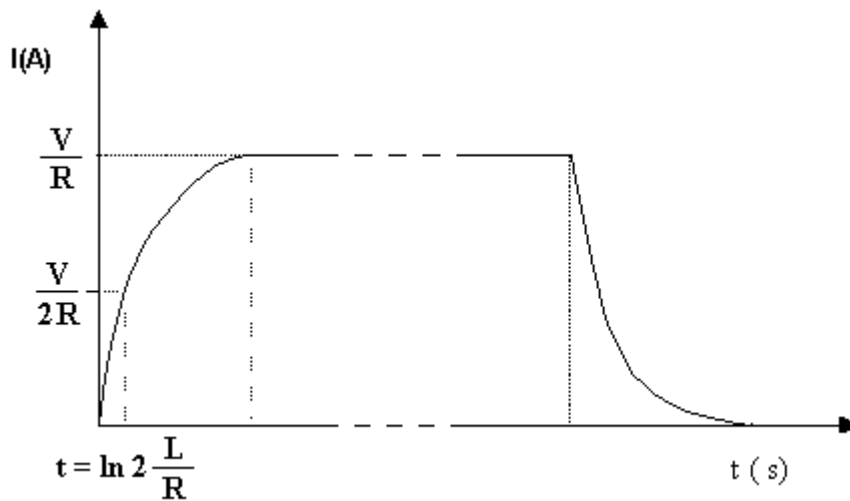


Figura 8.15 – Variação da corrente eléctrica num circuito.

Exercício 8.1

Calcule a constante de tempo de circuito (τ), quando a resistência $R = 10 \, \Omega$ e o coeficiente de auto-indução é $L = 0.02 \, \text{mH}$.

8.2.1.2 Indução-Mútua

Mas os campos magnéticos criados por cargas em movimento num determinado circuito, não influenciam só as cargas desse mesmo circuito, temos também a influência (fluxo) que os circuitos fazem uns nos outros. Se tivermos n circuitos, cada um deles sofre a sua própria **auto-indução L** e a **indução-mútua M** dos restantes $n-1$ circuitos.

$$V_d = \frac{d\Phi_L}{dt} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{d\Phi_M}{dt} + RI_d \quad (8.15)$$

Tal como temos a relação de auto-indução, temos também uma relação semelhante para a **indução-mútua M** ;

$$\phi_M = MI \quad (8.16)$$

$$V_d = L \frac{dI_L}{dt} + \sum_{i=1}^{n-1} M_i \frac{dI_M}{dt} + RI_d \quad (8.17)$$

São os fluxos magnéticos (as suas variações) criados pelas correntes variáveis, que produzem a auto influência e influências mútuas nos outros circuitos. As influencias mútuas são recíprocas, isto é, a influencia que um circuito 1 tem no circuito 2, é igual à influência que o circuito 2 faz no circuito 1, daí que;

$$M_{12} = M_{21} \quad (8.18)$$

8.3 Corrente de deslocamento e lei de *Àmpere* generalizada

8.3.1 Campo eléctrico variável

Um campo de indução magnética constante não provoca qualquer efeito indutivo nos circuitos eléctricos. Mas se esse mesmo campo for variável no tempo, já observamos um efeito eléctrico, descrito pela expressão:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Será então natural procurar também que efeitos magnéticos advêm de termos um campo eléctrico variável no tempo. **Quais as diferenças existentes deste efeito e o gerado pelas correntes estacionárias?**

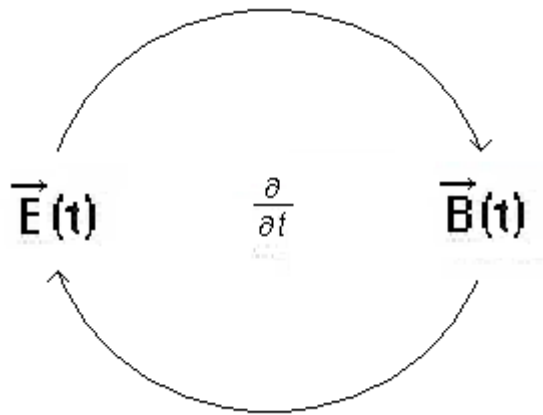


Figura 8.16 – Qual a relação entre as variações de E e B?

Como até agora as expressões são sempre semelhantes, podemos testar uma solução (baseada na “simetria”) da relação entre E e B , variáveis do tipo;

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = +\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Para testar esta *hipótese*, analisemo-la em conjunto com as restantes equações de *Maxwell*, já obtidas:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad [1] \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad [2]$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad [3] \qquad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\vec{J}}{\epsilon_0 c^2} \quad [4]$$

Com a introdução da lei da indução de *Faraday*, a nossa equação [3] deixou de ser um regime estacionário, onde $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

Por uma questão de simetria, será que teremos de alterar a equação [4]?

Vamos mostrar que sim. Quando E é variável no tempo, a expressão [4] já não se verifica, e tem de ser reformulada.

O que tem de se verificar sempre - é o princípio (equação) da conservação da carga eléctrica:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Se reescrevermos [4] como;

$$\vec{J} = \epsilon_0 c^2 \vec{\nabla} \times \vec{B}$$

e obtivermos o sua divergência;

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = \vec{\nabla} \cdot (\epsilon_0 c^2 \vec{\nabla} \times \vec{B}) = \epsilon_0 c^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{B} = 0 \quad (8.19)$$

Pois a divergência do campo rotacional de um qualquer campo vectorial A é sempre nula.
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{A} \equiv 0$

Mas isto $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ é diferente de termos isto $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$, não se cumprindo a lei de conservação da carga eléctrica (o que não pode ser de todo).

Perante esta incongruência, *J. C. Maxwell*² – introduz uma “**correção matemática**”, de forma a cumprir tal lei. Como as equações têm aplicação prática e são uma descrição da natureza - essa “correção” satisfaz também plenamente as nossas observações físicas. *Maxwell* tinha introduzido um novo termo, só verificável quando efectivamente o campo E é variável no tempo;

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (8.20)$$

vindo então a equação [4] como;

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\vec{J}}{\epsilon_0 c^2} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (8.21)$$

8.3.2 Corrente de Deslocamento

Vamos considerar, para a comprovação física deste termo, o processo que ocorre na carga de um condensador (que já vimos não ser “instantânea”). O movimento de cargas - a corrente estabelecida – é variável e cessa quando a d.d.p. nas armaduras do condensador iguala a imposta pela *f.e.m.* a que o condensador está ligado, figura 8.17.

Durante esse período de carga do condensador, é criado um campo de indução magnética B , que podemos calcular pela lei de *Àmpere* (usando a circulação numa linha Γ circular e centrada no fio);

$$B 2\pi r = \mu_0 I$$

onde I é a corrente que atravessa a área S_1 (πr^2).

² *James Clerk Maxwell* (1831-1879) – Físico e Matemático Escocês. Unificador da electricidade, magnetismo e óptica.

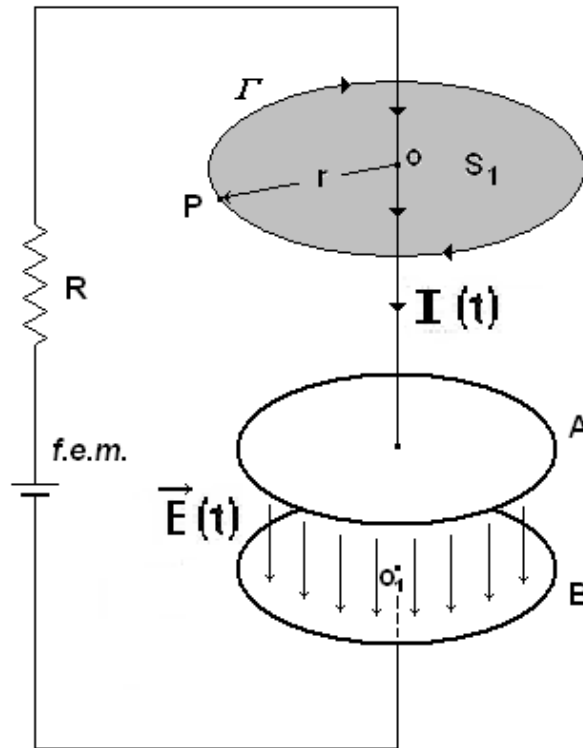


Figura 8.17 – Carga de um condensador e corrente de deslocamento.

Vem (como já sabemos) para qualquer ponto P assente na curva Γ , a intensidade de B , dada como;

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{r}$$

(nesta situação, escolhida outra qualquer curva Γ , vamos obter exactamente o mesmo resultado, independentemente da sua orientação e forma).

Considerarmos agora, assente sobre a mesma curva Γ , a superfície S_2 constituída pelas áreas lateral e base do cilindro (esta última situada entre as placas do condensador), figura 8.18. A circulação de B na curva Γ dá o mesmo resultado, mas constatamos não passar qualquer corrente através desta nova superfície S_2 , o que nos leva à seguinte *contradição*:

para a superfície S_1
$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_{S_1} \vec{J} \cdot d\vec{s}_1 \neq 0$$

e

para a superfície S_2
$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \iint_{S_2} \vec{J} \cdot d\vec{s}_2 = 0$$

Para ultrapassar esta *aparente contradição* (o campo B existe realmente em P e o condensador fica efectivamente carregado), notamos que; quando há a corrente I a passar em O , a derivada temporal de E no espaço intra placas (dentro do condensador) é não nula. Após a carga do condensador a corrente cessa e o campo E é constante nesse espaço.

É assim perfeitamente razoável relacionar a corrente I com a *variação temporal de E* , e que ambos possam apresentar os mesmos efeitos físicos.

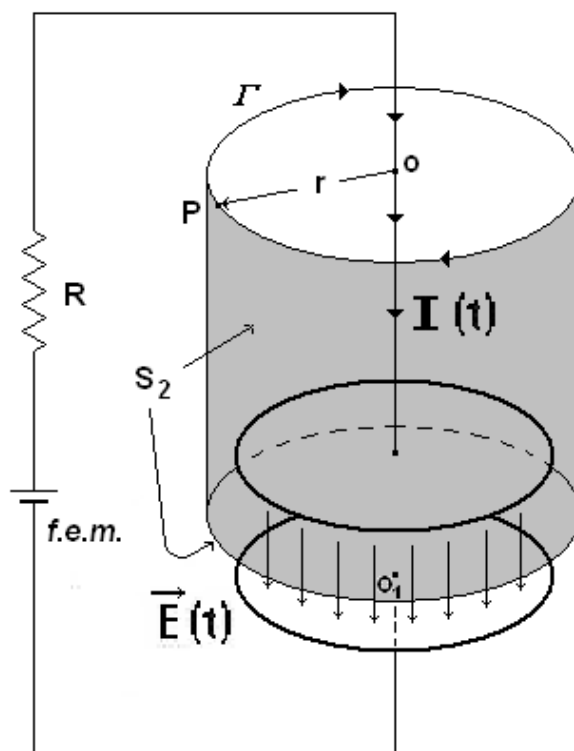


Figura 8.18 – Carga de um condensador e corrente de deslocamento.

Deste modo, para além do efeito da fluência de cargas eléctricas reais – genuína corrente eléctrica de condução, vemos agora que a variação de E no tempo constitui também uma corrente, mas “fictícia”. O efeito desta corrente – dita **corrente de deslocamento** – é o mesmo na criação de um campo magnético, tal e qual o de uma corrente real.

A densidade de corrente de deslocamento será;

$$\vec{J}_d = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (8.22)$$

Em que $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$ é o nosso **vector deslocamento eléctrico**.

Incorporando esta corrente na nossa **lei de Ampere** (e modificando-a deste modo), temos que;

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \iint_{Sup} (\vec{J}_c + \vec{J}_d) \cdot d\vec{s} \quad (8.23)$$

O que implica que, independentemente da superfície usada, teremos sempre no final a conservação da carga eléctrica e;

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B 2\pi r = \frac{I}{\epsilon_0 c^2} \quad (8.24)$$

A manifestação dos efeitos da corrente de deslocamento é tanto mais evidente, quanto maior for a taxa de variação temporal de E (quanto maior for a frequência), pois a sua intensidade é proporcional a esta mesma razão. É por isso que os efeitos magnéticos devido a campos eléctricos de lenta variação temporal são praticamente nulos, só sendo evidentes os efeitos devidos às correntes de condução.

8.3.2.1 Relação entre J_c e J_d

Consideremos um material real, que exhibe tanto propriedades de condutor (σ), como de dieléctrico (ϵ), (coexistindo de facto os dois tipos de efeitos). Suponhamos que o campo eléctrico é variável da forma $E(t) = E_0 \sin(\omega t)$. A densidade total de corrente vem então;

$$\vec{J} = \vec{J}_c + \vec{J}_d = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

e

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}_0 \sin(\omega t) + \omega \epsilon \vec{E}_0 \cos(\omega t)$$

a relação entre os módulos das duas correntes é:

$$\frac{J_c}{J_d} = \frac{\sigma E_0}{\omega \epsilon E_0} = \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \quad (8.25)$$

Para o alumínio, cujas características são; $\sigma_{AL} = 3.77 \times 10^7 \text{ Sm}^{-1}$ e $\epsilon_{AL} = 7.97 \times 10^{-11} \text{ Fm}^{-1}$, temos a relação expressa na seguinte tabela 8.1.

Tabela 8.1- Razão entre J_c e J_d para o Alumínio, para 3 frequências distintas.

Alumínio	f = 10 Hz	f = 1 MHz	f = 1 THz
J_c/J_d	$7,54 \times 10^{15}$	$7,54 \times 10^{10}$	$7,54 \times 10^4$