ELECTROMAGNETISMO

Curso de Electrotecnia e de Computadores

1º Ano – 2º Semestre **2010-2011**

Capítulo VI – Corrente eléctrica e Resistência eléctrica

6.1 Corrente eléctrica e baterias

6.1.1 Corrente eléctrica

Embora tenhamos já feito referência à corrente eléctrica, esta não foi ainda definida. Exceptuando o caso da alusão à carga de condensadores (capítulo 5) e do movimento de cargas num campo eléctrico, todos os conhecimentos adquiridos até ao presente capítulo foram basicamente sobre cargas eléctricas estacionárias – um domínio designado de – **Electrostática**. A electrostática, embora importante, tem na Electrotecnia uma aplicação tecnológica muito limitada. As nossas aplicações práticas da electricidade são basicamente com **correntes eléctricas**.

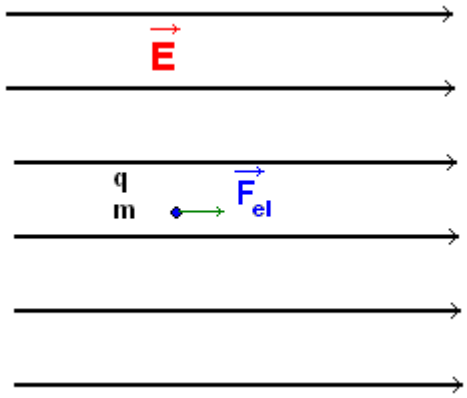
Podemos relembrar a acção do campo eléctrico sobre uma carga eléctrica e analisar os efeitos associados ao movimento ordenado de cargas eléctricas – **corrente eléctrica**, (com movimento uniforme).

6.1.1.1 Carga eléctrica num campo eléctrico uniforme

Vamos considerar uma partícula com carga eléctrica **q** e com massa **m** (no vazio), sujeita à acção de um campo eléctrico uniforme:

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \qquad \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \frac{q\vec{E}}{m}t \qquad (6.1)$$



A partícula adquirirá uma aceleração proporcional à intensidade do campo eléctrico e também proporcional à razão entre a sua carga e massa. Consequentemente a sua velocidade irá aumentar, aumentando também a sua energia cinética. (existirá uma limitação à sua velocidade adquirida, mas está é muito elevada).

Figura 6.1 – Carga eléctrica (positiva) num campo eléctrico uniforme.

E num meio material, a partícula terá o mesmo comportamento?

O termo de **corrente eléctrica** (ou simplesmente corrente) é aplicado para designar um movimento ordenado, não apenas de uma, mas de um número muito elevado de cargas eléctricas (usualmente electrões). Corresponde à taxa de passagem de portadores de carga eléctrica através de uma certa região (área) do espaço. A **corrente eléctrica** representa portanto um **fluxo de carga eléctrica**.

Os nossos meios materiais, sólidos e líquidos, são os meios ideias para o estabelecimento de corrente eléctrica, por disporem de uma grande quantidade de cargas móveis, embora estas possam ser perfeitamente estabelecidas nos gases.

6.1.2 Baterias

Mas para que se possamos estabelecer este **fluxo de carga eléctrica**, é necessário a existência de um dispositivo que permita a aplicação constante de uma acção sobre as cargas eléctricas (um campo eléctrico constante). Esse dispositivo foi introduzido por A. Volta[1] em 1800 – **a bateria eléctrica** – também conhecida como pilha eléctrica, por se tratar efectivamente de uma sucessão (pilha) de elementos metálicos de valências distintas, com um elemento embebido com uma solução salina ou ácida.

Embora as diferenças de potencial existentes nas primeiras pilhas (e nas actuais) sejam muito pequenas (da ordem de 1 V), comparativamente aos valores obtidos nas máquinas electrostáticas (da ordem de 10^5-10^6 V), o facto de podermos dispor de um valor aproximadamente constante no tempo desta d.d.p. veio abrir um novo ramo de conhecimento e aplicação – ao permitir o estabelecimento de uma corrente continua de carga eléctrica no tempo – sendo por isso considerada uma das descobertas práticas mais importantes da ciência.

Figura 6.2 –Pilha de A. Volta, 1800.

Se considerarmos não apenas uma, mas muitas cargas eléctricas (desprezando o efeito mútuo entre elas), podemos medir a quantidade de carga que atravessa na unidade de tempo a unidade de área perpendicular ao fluxo de carga.

Esta quantidade é; $$J = \frac{\Delta Q}{\Delta A \Delta t} \quad \text{C m}^{-2}\text{s}^{-1} \text{ ou A m}^{-2} \tag{6.2}$$

chamada de **densidade de corrente eléctrica**

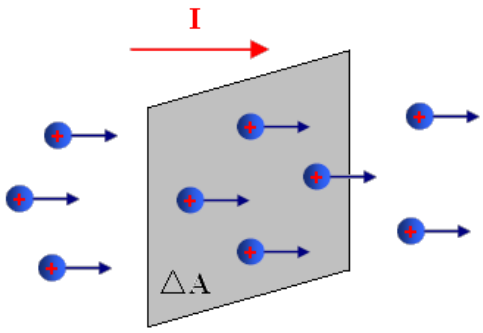


Figura 6.3 – Fluxo de cargas eléctricas através da área ΔA.

[1] Alessandro G. A. A. Volta (1745-1827) – Físico Italiano – investigador da electricidade

Definimos então como **intensidade de corrente eléctrica**

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad \text{C s}^{-1} \text{ ou A} \tag{6.3}$$

Por definição – **a corrente eléctrica de 1 ampere[2] (1 A) é igual ao fluxo de 1 coulomb (1 C) de carga em 1 segundo (1 s) de tempo.**

Corresponde ao fluxo de cargas positivas. No caso habitual de termos cargas móveis negativas (electrões), o seu sentido de movimento (sentido real) é contrário a este sentido convencionado da corrente eléctrica.

Analisemos então o movimento efectivo das cargas móveis, por exemplo dos nossos electrões.

6.1.3 Corrente eléctrica num meio material

Sabendo a densidade volúmica de cargas móveis (n) e a sua velocidade média (v_d), podemos assim calcular a intensidade de corrente (I).

Consideremos um elemento cilíndrico de área recta ΔA e comprimento Δl, coincidindo o eixo do mesmo com o vector velocidade (v_d) das cargas.

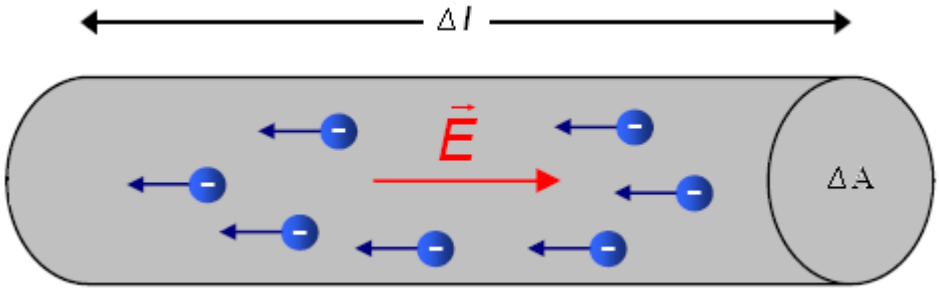


Figura 6.4 – Fluxo de cargas eléctricas num material condutor cilíndrico.

A carga no elemento de volume será:

$$\Delta Q = (n\Delta A\Delta l)q_e \tag{6.4}$$

Cada carga q_e (do electrão) irá percorrer a distância Δl num determinado intervalo de tempo Δt, segundo a relação $\Delta l = v_d \Delta t$. então:

$$\Delta Q = (n\Delta A v_d \Delta t)q_e \tag{6.5}$$

Se dividirmos agora esta expressão por Δt, obtemos a **intensidade média de corrente**:

$$I_{med} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nq_e \Delta A v_d \tag{6.6}$$

Obtemos assim a relação entre a **intensidade de corrente** observada e as **características do condutor** no qual ela ocorre; a **densidade de cargas móveis** (n) e a sua **velocidade média (velocidade de migração)** (v_d) das cargas. Estes valores variam de material para material e com a temperatura.

[2] André-Marie Ampère (1775-1836) – Físico Francês – investigador do electromagnetismo

Se relembrarmos que a densidade de corrente, é a intensidade de corrente por unidade de área, temos que:

$$J = nq\mathrm{v}_\mathrm{d} \tag{6.7}$$

Mais correctamente, a densidade de corrente é uma grandeza vectorial;

$$\vec{J} = nq\vec{\mathrm{v}}_\mathrm{d} \tag{6.8}$$

E que a intensidade de corrente eléctrica não é mais que a contabilização do fluxo da densidade de corrente através da área considerada;

$$I = \iint_{\mathrm{sup}} \vec{J} \cdot \overrightarrow{dA} \tag{6.9}$$

6.1.3.1 Lei de conservação da carga eléctrica

Consideramos então uma superfície fechada. Se o integral for diferente de zero, isso implica uma saída (ou entrada) de carga do volume. Como a carga se conserva, a corrente observada no exterior da superfície implica uma variação de carga no volume. A conservação de carga implica ainda que a taxa de aparecimento da carga no exterior iguale a taxa de decréscimo no interior.

$$\oiint_{\mathrm{sup}} \vec{J} \cdot \overrightarrow{dA} = -\frac{dQ}{dt} = -\frac{d}{dt}\iiint_{vol} \rho_v dv = \iiint_{vol}\left(-\frac{d\rho_v}{dt}\right)dv \tag{6.10}$$

Aplicando o *teorema de fluxo-divergência*, vem que;

$$\oiint_{\mathrm{sup}} \vec{J} \cdot \overrightarrow{dA} = \iiint_{vol} (\vec{\nabla} \cdot \vec{J})dv \tag{6.11}$$

Igualando as expressões (6.10 e 6.11), e como os integrais dizem respeito aos mesmos volumes, temos que,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{d\rho_v}{dt} \qquad \text{ou} \qquad \boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \frac{d\rho_v}{dt} = 0} \tag{6.12}$$

que representa a - **Lei de conservação da carga eléctrica** – na sua forma diferencial.

6.1.4 Tipos de corrente eléctrica

Existem vários tipos de corrente eléctrica:

Corrente eléctrica de condução - É a corrente devido à aplicação do campo eléctrico sobre as cargas móveis de um condutor metálico. A força eléctrica nos electrões livres faz mover os mesmos pela matriz atómica estacionária. O sentido positivo da corrente é o sentido do campo aplicado.

Corrente eléctrica de convecção - É a corrente devido ao movimento de cargas, mas não confinada aos sólidos. Por exemplo um corpo electrizado em movimento no espaço. O mais usual é o tubo de vácuo em que os electrões são "evaporados" do cátodo quente e acelerados pelo campo eléctrico em direcção ao ânodo. Nos tubos de gás (como as lâmpadas fluorescentes), para além do movimento de electrões temos também o movimento de iões positivos (no sentido oposto). A corrente de convecção total é então a soma das duas correntes. Nos líquidos, a corrente de convecção pode também ser por iões negativos ou positivos.

Corrente eléctrica de polarização - Ocorre nos materiais isoladores. Não é propriamente uma corrente, mas os efeitos (como já vimos) de acumulação de cargas nas suas superfícies, são semelhantes ao de um condutor carregado.

Corrente eléctrica de deslocamento - *Maxwell* introduziu um termo de corrente – chamada de corrente de deslocamento. Esta corrente difere das atrás descritas por não estar directamente associada ao movimento de cargas locais. Aparece devido à razão de variação do campo eléctrico local.

6.2 Lei de Ohm

6.2.1 Expressão da lei de Ohm

Ao contrário do que acontece no vazio, os electrões nos nossos condutores metálicos, quando actuados pela força eléctrica, não são acelerados, mas exibem antes uma velocidade constante (v_d). Essa força aplicada é então proporcional à velocidade da carga ou seja à corrente eléctrica. Este "simples" facto experimental é a ***lei de Ohm***[3], que pode ser escrita como;

$$\boxed{\vec{E} = \rho \vec{J}} \qquad (6.13a)$$

sendo $\vec{J}$ o vector densidade de corrente no ponto onde actua o campo eléctrico $\vec{E}$, e ρ é a constante de proporcionalidade chamada de **resistividade eléctrica** (em ohm.m) (capítulo 2, expressão 2.1).

A ***lei de Ohm*** é também descrita na forma:

$$\boxed{\sigma \vec{E} = \vec{J}} \qquad (6.13b)$$

com σ (inverso da resistividade ρ), chamada de **condutividade eléctrica** (em S/m siemens/metro).

[3] Georg Simon Ohm (1789-1854) – Físico e Matemático Alemão – investigador da electricidade

Mas a que correspondem nos nossos condutores estes parâmetros de resistividade ou condutividade eléctrica?

Os electrões na malha metálica exibem movimentos aleatórios e quando actuados pelo campo eléctrico vão efectivamente ser acelerados com uma componente na direcção do mesmo, aumentando assim a sua velocidade, **mas tal só ocorre entre cada colisão com as cargas em repouso da malha** (matriz do metal).

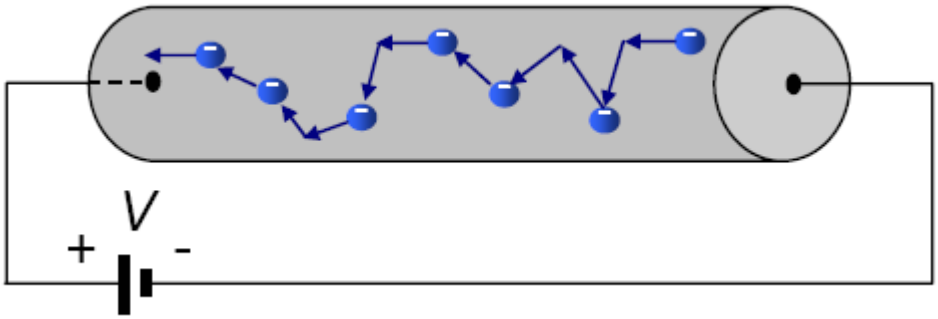


Figura 6.5 – Fluxo de cargas eléctricas num material condutor cilíndrico.

A **velocidade de arrastamento** é uma *velocidade média* (também chamada de velocidade limite ou de deriva), pois a energia cinética ganha na aceleração pelo campo, é sempre "perdida" nas colisões, e assim a sua velocidade tem um valor constante. Para a carga móvel do electrão:

$$\vec{v}_m = \frac{q_e \vec{E}}{m_e}\tau \qquad\qquad \vec{J} = nq_e\vec{v}_m$$

Substituindo, temos que:

$$\vec{J} = \frac{nq_e^2\tau}{m_e}\vec{E} \tag{6.14}$$

com τ- tempo entre colisões.

A expressão (6.14) é válida para meios materiais homogéneos e uniformes.

Confirma-se assim, que a **densidade de corrente** é **proporcional** ao **campo eléctrico aplicado**. A constante de proporcionalidade, que varia com os diferentes materiais, é a conhecida **condutividade eléctrica**;

$$\sigma = \frac{nq_e^2\tau}{m_e} \tag{6.15}$$

Por vezes esta mesma expressão é escrita como;

$$\sigma = nq_e\mu \tag{6.16a}$$

$$\text{com} \qquad \mu = \frac{q_e\tau}{m_e} \tag{6.16b}$$

μ - é a **mobilidade** do portador de carga. É igual à velocidade do arrastamento por unidade de campo eléctrico e **varia com a temperatura**.

A tabela 6.1 mostra os valores médios aproximados da mobilidade electrónica de três condutores metálicos.

Tabela 6.1 – Mobilidade dos electrões a 20 ºC.

Metal	μ_e ($m^2\ V^{-1}s^{-1}$)
Prata	0,0052
Cobre	0,0032
Alumínio	0,0014

6.2.2 Calculo da velocidade média electrónica no Cobre

Se considerarmos o elemento metálico Cobre (Cu), no qual existe um electrão disponível por cada átomo constituinte da malha cristalina, dispomos de aproximadamente $8{,}45\times10^{28}$ electrões por cada metro cúbico de Cobre. Isto representa uma carga total (negativa) de $1{,}35\times10^{10}$ C. Se tivermos uma densidade de corrente de 3,0 $A.mm^{-2}$ ($C.s^{-1}.mm^{-2}$), a velocidade média será de;

A massa volúmica do Cu é 8920 $kg.m^{-3}$ e uma mole de Cu tem 63,55 g.

$$v_{med} = \frac{3{,}0\times10^{6}\,Cs^{-1}m^{-2}}{1{,}35\times10^{10}\,Cm^{-3}} = 2{,}22\times10^{-4}\,m.s^{-1} \qquad (6.17)$$

A velocidade média é somente de aproximadamente 0,2 $mm.s^{-1}$

Então porque é a "electricidade" tão rápida?

6.2.3 Lei de Ohm na sua forma "clássica"

Da expressão $\sigma = \frac{J}{E}$ e sabendo que $J = \frac{I}{S}$, com I – intensidade de corrente (A) e S – área (m^2), considerando um campo eléctrico uniforme E, (V = EL), vem que;

$$\sigma = \frac{I/S}{V/L} \qquad \text{ou seja} \qquad V = \left(\frac{1}{\sigma}\frac{L}{S}\right)I \quad \text{ou} \quad V = \left(\rho\frac{L}{S}\right)I$$

$1/\sigma$ já sabemos ser a resistividade eléctrica, e $\rho L/S$ a **resistência eléctrica R**.

Temos assim a ***Lei de Ohm*** na sua forma mais conhecida e tradicional.

$$\boxed{V = RI} \qquad \boxed{I = \frac{V}{R}} \qquad (6.18)$$

Lei de Ohm na sua forma macroscópica

6.2.4 Funcionamento de Lei de Ohm

Aplicando uma d.d.p. V, aos terminais de um fio condutor metálico de resistência R, este é percorrido por uma corrente eléctrica de intensidade I (figura 6.6).

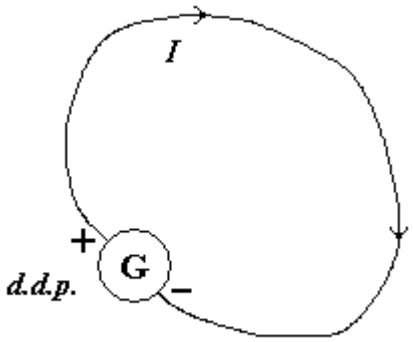


Figura 6.6 – Lei de Ohm.

Para termos uma corrente eléctrica estabelecida num circuito condutor, temos de ter uma fonte que aplique nas cargas móveis uma força. Temos de ter um campo eléctrico aplicado, ou seja, um gradiente de potencial eléctrico – uma d.d.p.. Essa fonte pode ser de várias origens (química, mecânica, etc) – vamos-lhe chamar **gerador** – e terá de ser uma **fonte constante** (para já) de d.d.p.

Temos de garantir, que localmente a lei de ohm é cumprida, ou seja que $\vec{E} = \rho \vec{J}$.

O que acontece é que devido à d.d.p. do gerador imposta nos terminais do fio, a distribuição de cargas neste não é uniforme, mas antes é grande perto de um terminal, vai decrescendo até que inverte o sinal (mais ou menos a meio) e cresce então até ao outro terminal (figura 6.7).

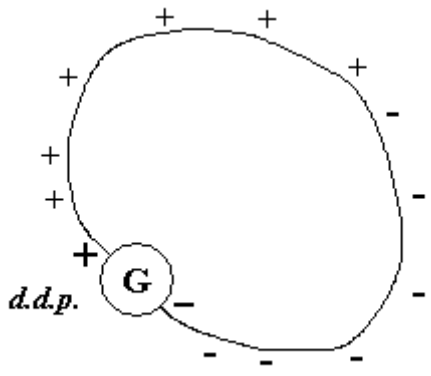


Figura 6.7 – Distribuição de carga no fio.

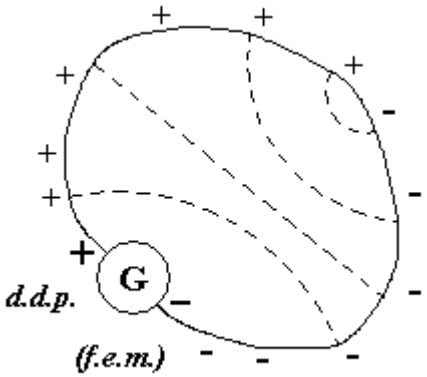


Figura 6.8 – Campo eléctrico.

A distribuição das cargas ao longo do fio, não só não produz o campo necessário para a existência da densidade de corrente, como produz também um efeito exterior, daí o efeito capacitivo que todos os circuitos apresentam (figura 6.8).

6.2.5 Sentido real e convencional da corrente

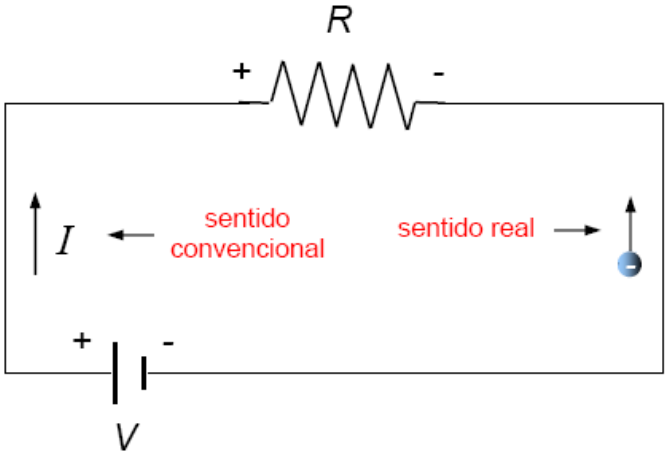


Figura 6.9 – Sentidos da corrente (portadores de carga negativa - electrões).

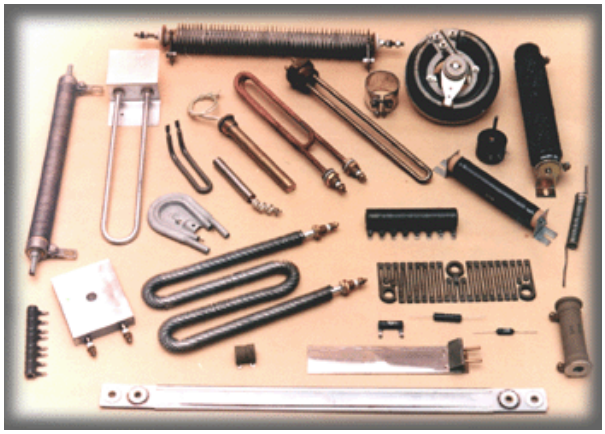


Figura 6.10 – Variados tipos de resistências eléctricas.

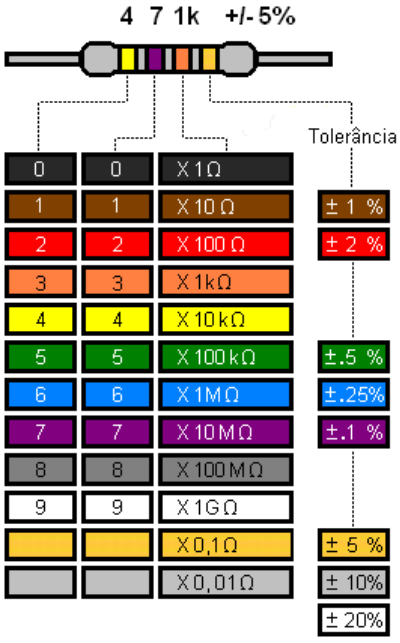


Figura 6.11 – Valores de resistência eléctrica - código de cores.

6.2.6 Distribuição da carga num condutor real

Sabemos que as cargas num condutor ideal se encontram distribuídas na sua superfície (*princípio de Poisson*). E no nosso condutor real, o que ocorre no seu interior?

Pensemos numa secção esférica (de raio r) no interior do nosso condutor, carregada com carga negativa total Q_0. A intensidade do campo eléctrico desta distribuição é;

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon\, r^2}$$

e apontará radialmente para as cargas (negativas).Pela lei de ohm, a densidade de corrente é;

$$\left|\vec{J}\right| = \frac{\sigma\, Q_0}{4\pi\varepsilon\, r^2}$$

a corrente total a fluir para a região esférica será;

$$I = \iint_{S.esfera} \left|\vec{J}\right| ds = \frac{\sigma\, Q_0}{4\pi\varepsilon\, r^2} \times 4\pi\, r^2 = \frac{\sigma\, Q_0}{\varepsilon}$$

e como a corrente é dada por:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{\sigma\, Q}{\varepsilon} \qquad \text{equação diferencial,}$$

cuja solução é;

$$Q = Q_0 e^{-\frac{\sigma t}{\varepsilon}} \qquad (6.19)$$

e $\boxed{\tau_{Cu} = \frac{\varepsilon}{\sigma_{Cu}} = 10^{-19}}$ s

τ_{Cu} - tempo de relaxamento para o Cobre

(tempo em que a carga baixa de Q_0 para Q_0 /e)

6.2.7 Lei de Ohm real

A nossa expressão macroscópica da lei de ohm, que relaciona a diferença de potencial aplicada V, com a corrente eléctrica I que atravessa um condutor de resistência R - e que foi experimentalmente estabelecida - não é na prática tão simples, pois não inclui a dependência existente com a temperatura do nosso condutor. É um modelo físico simplificado da realidade complexa.

Dependência da resistência eléctrica dos metais com a temperatura:

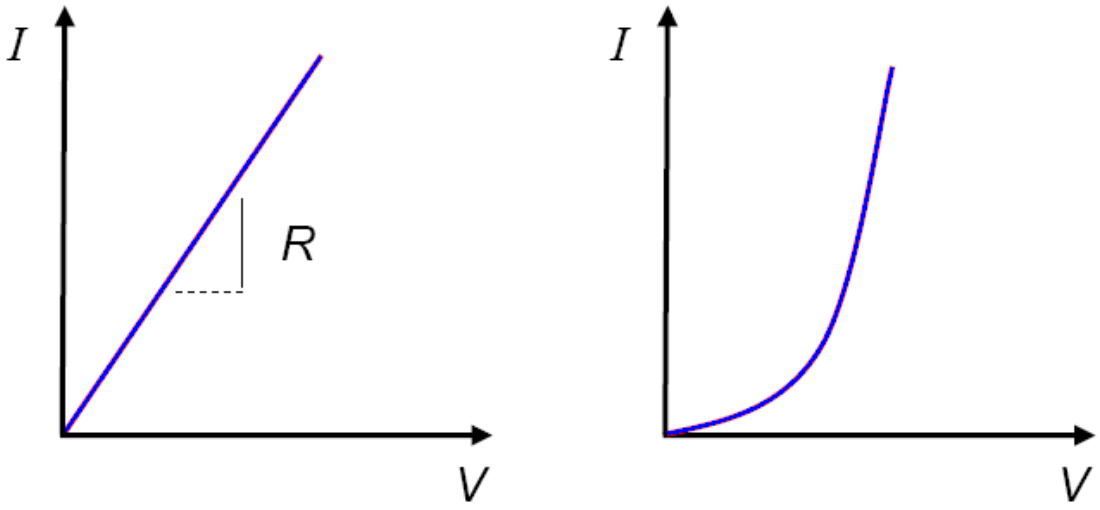
$$R = R_0\left[1 + \alpha(T - T_0)\right] \qquad (6.20)$$

A resistência eléctrica pode ser aproximada, a uma temperatura T (até cerca de 200 ºC), sabendo o **coeficiente térmico de resistência α** desse metal e a sua resistência R_0 à temperatura de referência T_0, (tabela 6.2).

Tabela 6.2 – Coeficiente térmico de resistência para vários metais.

Metal	Resistividade (ohm.m)	Coeficiente térmico de resistência ($^{o}C^{-1}$)
Prata	$1,58x10^{-8}$	0,0038
Cobre	$1,67x10^{-8}$	0,0043
Ouro	$2,45x10^{-8}$	0,0034
Alumínio	$2,65x10^{-8}$	0,0043
Tungsténio	$5,52x10^{-8}$	0,0045
Ferro	$9,71x10^{-8}$	0,0055

Para além da resistência variar com a temperatura, observamos que em certos materiais a razão V/I (à mesma temperatura) – não se mantêm constante – são os chamados **condutores não-lineares**.



a) b)

Figura 6.12 – a) Condutores óhmicos e b) condutores não-óhmicos.

A **resistência ideal**, para além de seguir a ***lei de Ohm*** (condutor óhmico) não varia com factores como temperatura, pressão, etc.

6.3 Potencia eléctrica

Consideremos um qualquer circuito no qual ligamos uma fonte de tensão V. Sob a acção do campo eléctrico estabelecido teremos uma carga ΔQ a mover-se através do circuito, pelo que o trabalho realizado durante esse intervalo de tempo Δt é:

$$\Delta W = V\Delta Q$$

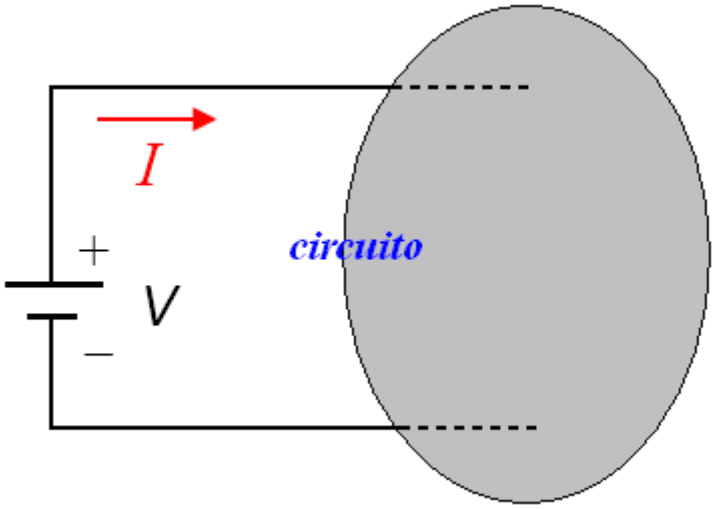


Figura 6.13 – Potência eléctrica num circuito.

Da definição de potência e de intensidade de corrente eléctrica, temos que:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{V\Delta Q}{\Delta t} = VI \qquad (6.21a)$$

P é o valor da potência eléctrica (em watt[4]), absorvida (ou fornecida) a qualquer elemento do circuito, quando submetido a uma tensão V e percorrido por uma intensidade de corrente I.

$$P = VI \qquad 1W = 1J \cdot s^{-1} \qquad (6.21b)$$

Um elemento de circuito **absorve energia** se a corrente eléctrica fluir do terminal **positivo para o negativo**, e **fornece energia** se a corrente eléctrica fluir do terminal **negativo para o positivo**, assumindo sempre o sentido convencional da corrente.

[4] James Watt (1736-1819) – Matemático e Engenheiro Escocês – investigador da termodinâmica

6.4 Lei de Joule

Num condutor de resistência R submetemos uma d.d.p. V. Em consequência desta tensão, o condutor vai ser atravessado por uma corrente eléctrica I, absorvendo energia eléctrica. Toda a potência (energia por unidade de tempo) recebida pelo condutor é dissipada na sua resistência sob a forma de energia térmica (calor). Assim, podemos concluir que a potência na resistência é:

$$P_R = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

A **lei de Joule**[5] é a expressão do **efeito macroscópico** dos choques das cargas móveis (electrões) ao **nível microscópico**. A energia cinética adquirida entre cada livre percurso média (entre colisões), é transferida para a matriz do condutor, quando da colisão com esta.

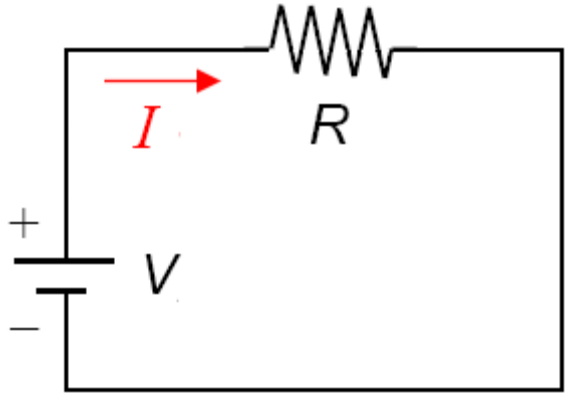


Figura 6.14 – Potência eléctrica e *efeito de Joule*.

6.5 Força Electromotriz

Força electromotriz de um gerador - Um gerador eléctrico é um dispositivo que permite converter energia de uma determinada forma (mecânica, química, etc.) em energia eléctrica, figura 6.15.

Exemplos disso são as conhecidas;
Pilhas: energia química → energia eléctrica, **Dínamo:** energia mecânica → energia eléctrica

O **gerador ideal** (com resistência interna nula) é caracterizado pela sua **força electromotriz** (f.e.m.) ξ – grandeza física expressa em volt – numericamente igual à energia (química, mecânica, etc.) convertida em energia eléctrica (trabalho) Wg por unidade de carga que o atravessa (ΔQ);

$$\xi = \frac{W_g}{\Delta Q} \qquad (6.22)$$

O gerador ideal age como um condensador (impondo uma d.d.p.), com a diferença que não se descarrega, pois repõe constantemente as cargas. A *designação de força "não é correcta"*, por não se tratar efectivamente de uma força.

[5] James Prescott Joule (1818-1889) – Físico Britânico – investigador da termodinâmica

Figura 6.15 – Alguns tipos de geradores de electricidade.

Como $\Delta Q = I\Delta t$ vem que $W_g = \xi\, I\Delta t$ sendo a potência eléctrica (energia por unidade de tempo) do gerador dada por;

$$P_g = \frac{W_g}{\Delta t} = I\xi \tag{6.23}$$

No **gerador ideal** a f.e.m. ξ **coincide** com a d.d.p. existente aos seus terminais:

$$\xi = IR_{eq} \tag{6.24}$$

Conclui-se assim que toda a energia (potência) fornecida por um gerador ideal a um circuito puramente resistivo é dissipada (por *efeito de Joule*), na resistência equivalente do mesmo, figura 6.16.

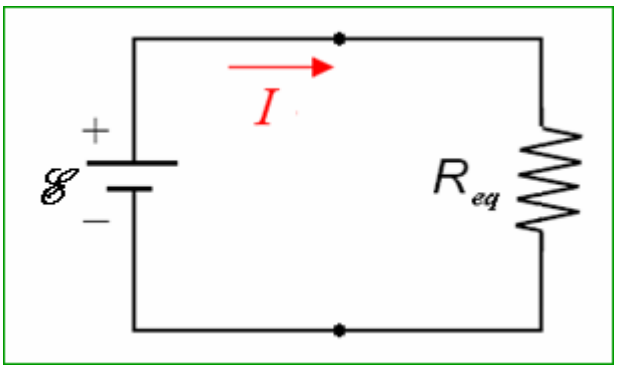


Figura 6.16 – Circuito com gerador ideal.

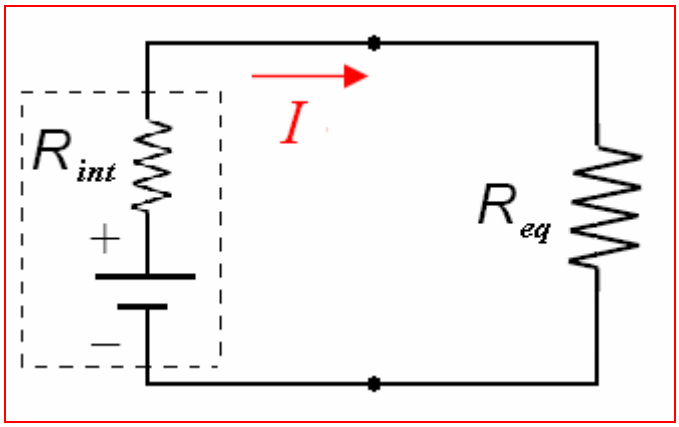


Figura 6.17 – Circuito com gerador real.

O **gerador real** tem sempre **resistência interna**, figura 6.17. Verificamos portanto que:

$$\xi = IR_{\text{int}} + IR_{eq} \tag{6.25}$$

Multiplicando por I , vemos que;

$$P_g = P_{R_{\text{int}}} + P_{R_{eq}} \tag{6.26}$$

Toda a potência do gerador é dissipada nos elementos resistivos do circuito.

6.5.1 Rendimento do Gerador real

O rendimento de um gerador η_g, é definido como a razão entre a potência útil, P_u (potência real fornecida pelo gerador ao circuito) e a potência do gerador, P_g (figura 6.18):

$$\eta_g = \frac{P_u}{P_g} = \frac{V}{\xi} \tag{6.27}$$

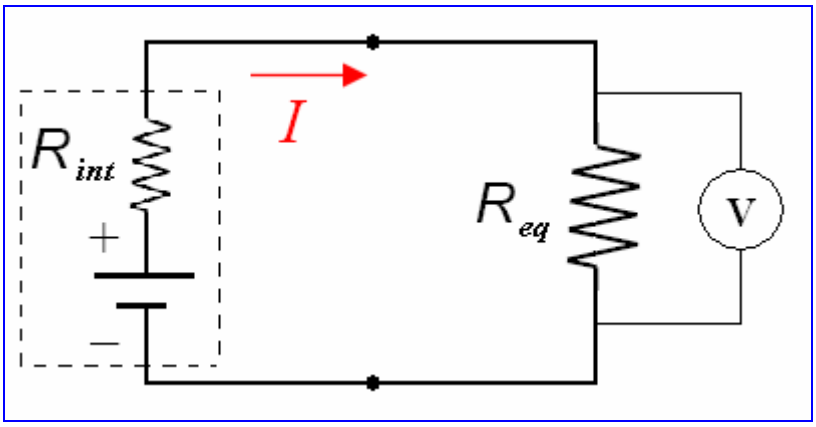


Figura 6.18 – Rendimento de um gerador real.

Num gerador ideal a $R_{\text{int}} = 0\ \Omega$. Verifica-se obviamente $\eta_g = 1$, pois $\xi = V$.

Num gerador real $R_{\text{int}} \neq 0\ \Omega$, e teremos sempre $\eta_g < 1$, pois que $\xi > V$.

6.5.2 Pilhas Químicas

Continuamos hoje em dia a usar como fonte de potência eléctrica, as nossas pilhas (baterias) eléctricas, de origem química. A variedade e usos que lhes damos é muito grande, com a vantagem destes sistemas de energia poderem ser muito compactos e transportáveis. A f.e.m. disponível na pilha e a sua respectiva resistência interna é dependente dos elementos empregues, tabela 6.3.

Pilha comum (1862), comercializada em 1949

Reacção global: $Zn(s) + 2H_2O(l) + 2MnO_2(s) \rightarrow Zn(OH)_2(s) + 2MnOOH(s)$
Ânodo: $Zn(s) + 2OH(aq) \rightarrow Zn(OH)_2(s) + 2e^-$
Cátodo: $2MnO_2(s) + 2H_2O(l) + 2e^- \rightarrow 2MnOOH(s) + 2OH^-(aq)$

(s) – sólido, (l) – líquido e (aq) – aquoso.

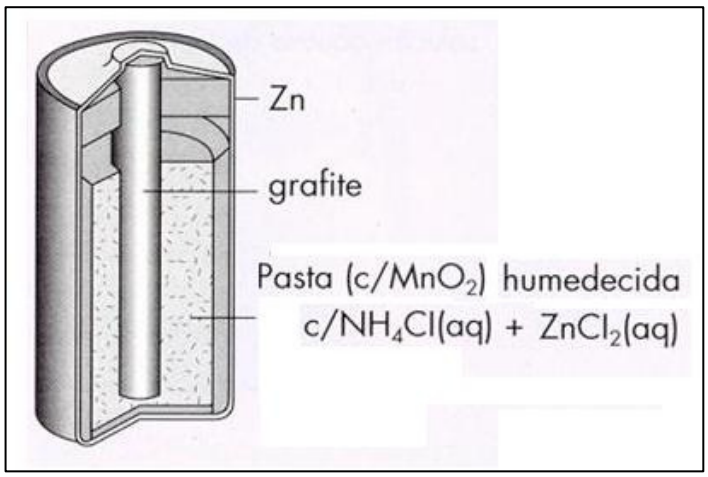


Figura 6.19 – Pilha comum.

Tabela 6.3 – Potenciais eléctricos de vários tipos de pilhas químicas.

Tipo de Pilha	d.d.p. (V)
Lítio	3
Óxido de Prata	1,55
Alcalina	1,5
Salina	1,5
Zn-Ar	1,4
Ni-Cad (acumulador)	1,2
Ni-MH (acumulador)	1,2
Li-ion (acumulador)	3,6

6.5.3 Efeito supercondutor

O **efeito supercondutor** foi descoberto à quase 100 anos (em 1911). No início, para temperaturas extremamente baixas (perto de 0 K), verificou-se que a resistividade (resistência) de metais e compostos era quase inexistente. A variação na resistividade é da ordem de 1017 em relação à temperatura ambiente. Isso permite estabelecer correntes eléctricas e cancelada a f.e.m. original, observar que a corrente permanece durante longos períodos de tempo, sem decaimento. O efeito permite então o estabelecimento de correntes de elevada intensidade (uma vez que não temos perca de energia por *efeito de Joule*) e a produção de intensos campos magnéticos. São hoje em dia conhecidos milhares de materiais com esta propriedade, e alguns deles já este efeito a temperatura relativamente altas (no limiar de 0 ºC).

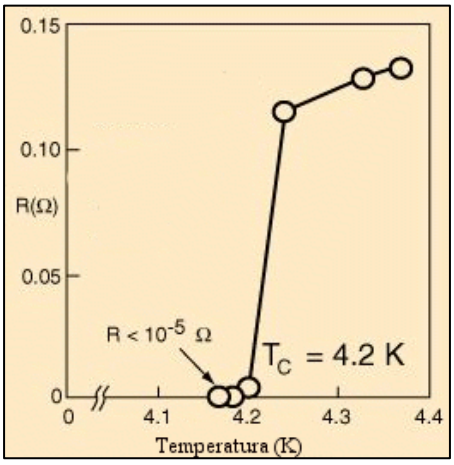


Figura 6.20 –Supercondutividade do Hg.

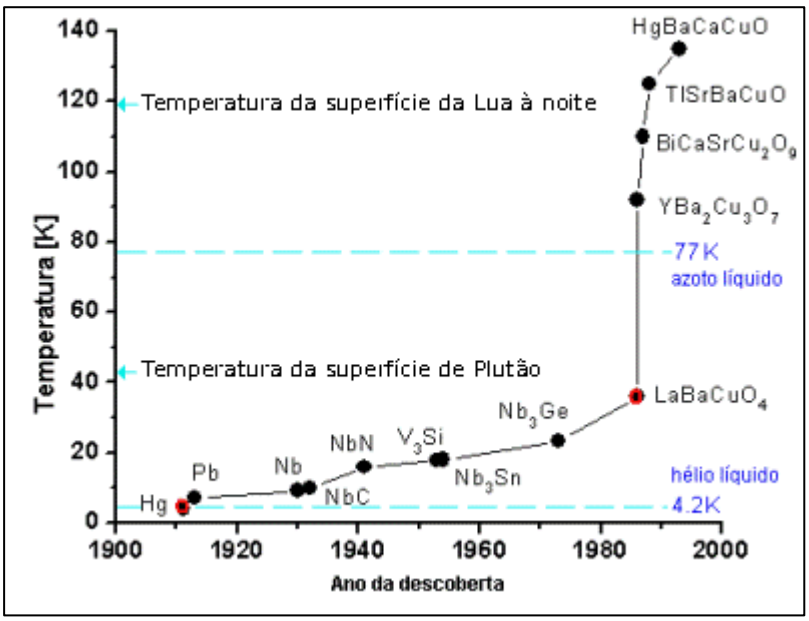


Figura 6.21 – "Evolução" dos materiais supercondutores

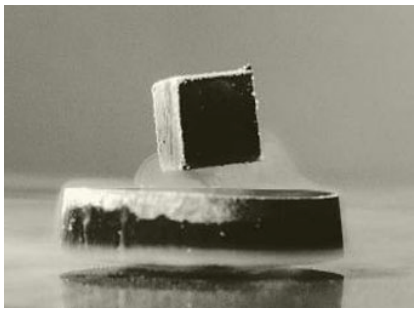


Figura 6.22 – "Levitação magnética" como
efeito de aplicação de material supercondutor.

6.6 Associação de Resistências

6.6.1 Em Série

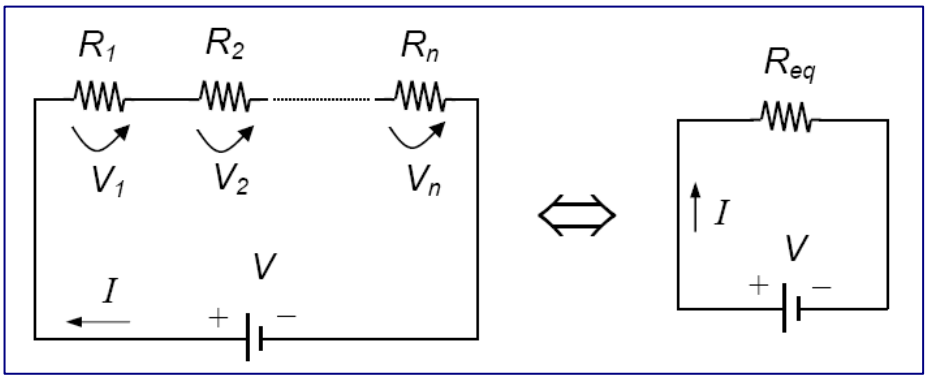


Figura 6.23 – Resistência equivalente a associação de resistências em série.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \ldots + R_n \qquad \boxed{R_{eq} = \sum_{i=1}^{n} R_i} \qquad (6.28)$$

6.6.2 Em Paralelo

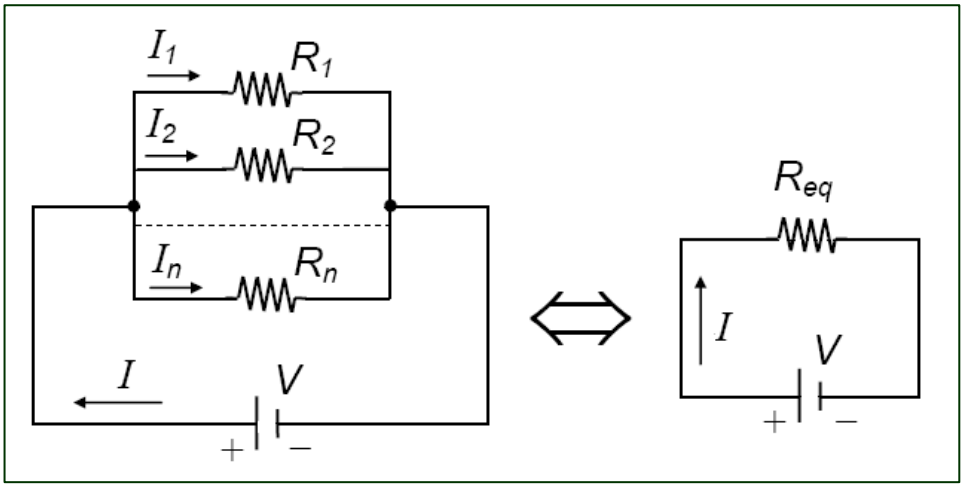


Figura 6.24 – Resistência equivalente a associação de resistências em paralelo.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n} \qquad \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}} \tag{6.29}$$

6.7 Leis de análises de circuitos

6.7.1 Leis de Kirchhoff

6.7.1.1 1ª Lei (lei dos nodos)

A soma algébrica das correntes eléctricas que concorre num **nodo** **é nula**, considerando positivas as correntes que convergem e negativas as correntes que divergem desse **nodo**, (figura 6.25).

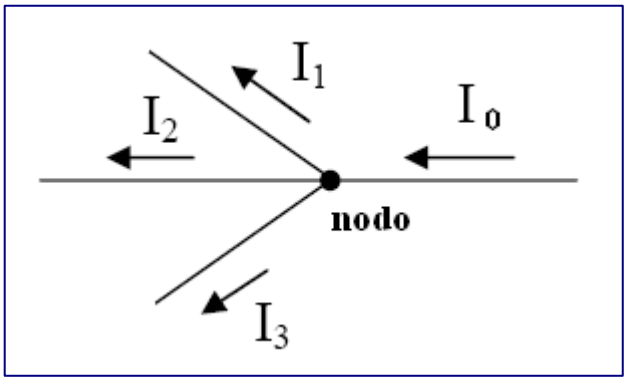


Figura 6.25 – Correntes que confluem para um nodo.

$$I_0 - I_1 - I_2 - I_3 = 0 \qquad \boxed{\sum_{i=1}^{n} I_i = 0} \tag{6.30}$$

6.7.1.2 2ª Lei (lei das malhas)

A soma algébrica das tensões (d.d.p.) numa **malha** (circuito fechado) **é nula**, convencionando que a d.d.p. positiva é do - para o +, e negativo do + para o - , (figura 6.26).

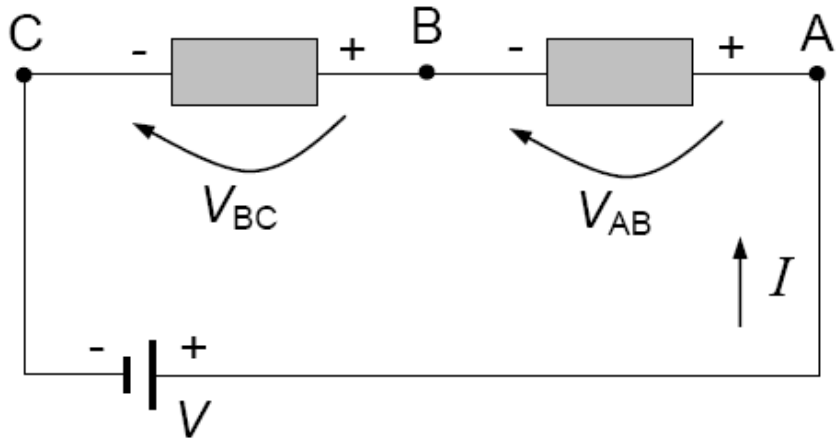


Figura 6.26 – Tensões ao longo de uma malha.

$$\sum_{i=1}^{m} V_i = 0 \qquad (6.31)$$

6.7.2 Sobreposição de estados estacionários

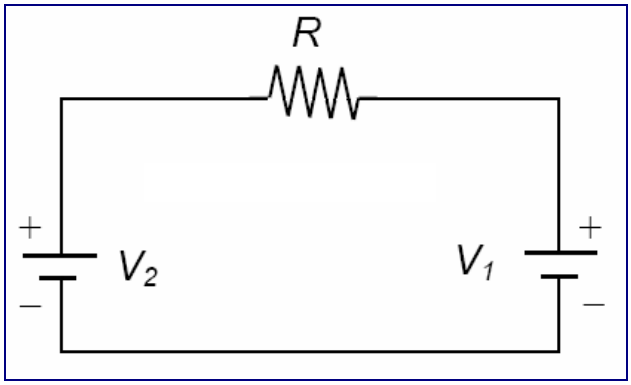


Figura 6.27 – Qual a corrente na resistência R ?

No caso presente, em que temos campo eléctrico constantes no tempo (corrente continua estacionária) é válido o **princípio da sobreposição dos estados estacionários** (figura 6.28).

Teremos então: $I = I_1 - I_2$

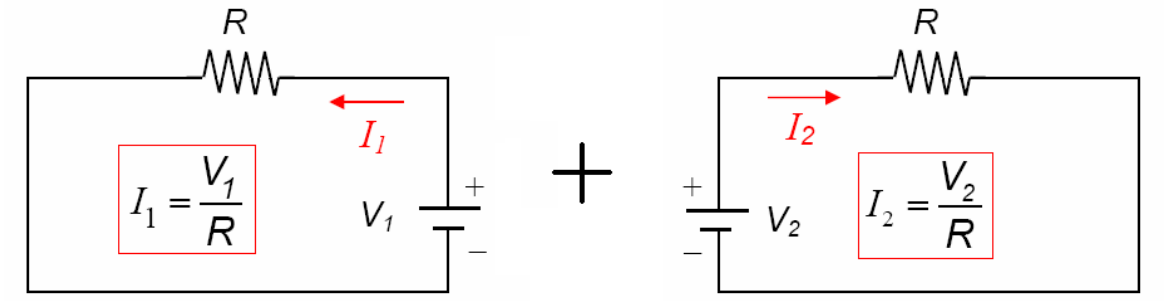


Figura 6.28 – Sobreposição de dois estados estacionários.