Capítulo II – Electrostática e Campo Eléctrico

2.1 Propriedades da carga eléctrica

Verificamos a partir de observações experimentais, que a carga eléctrica se soma algebricamente e que existe sob duas formas, dois tipos – **positiva** e **negativa**. A carga eléctrica tem três importantes propriedades, diferentes das da massa:

1ª - é quantificada - isto significa que na natureza **existe uma carga mínima** não decomponível e que todas as outras cargas são múltiplas inteiras desta. Esta carga eléctrica mínima é a **carga da partícula elementar - electrão** (representado por *e*). (tabela 1.2, capitulo 1)

2ª - conserva-se - mais precisamente, num sistema isolado a soma algébrica das cargas positivas e negativas permanece constante. Não conseguimos “criar ou destruir” carga eléctrica. Pelo efeito de criação de pares, conseguimos a partir de uma carga neutra, obter um par de cargas, uma positiva e outra negativa, com módulo igual.

3ª - é invariante - ou seja, vários observadores com distintas velocidades em relação a uma carga, medem exactamente a mesma quantidade de carga eléctrica. Tal não acontece com a massa de um corpo ou partícula (devido aos *efeitos relativistas*).

Apesar da interacção gravitacional ser a que menor intensidade relativamente apresenta, em comparação com as restantes interacções (ver tabela 1.3, capítulo 1), o nosso Universo é dominado por ela, isto é, pela existência da massa. Tal facto decorre de constatarmos que **o Universo é electricamente neutro**, isto é, o número de cargas positivas iguala exactamente o número de cargas negativas. Só no domínio microscópico é que a interacção eléctrica “vence o efeito da massa”. Esse efeito passa a ser perceptível macroscopicamente quando os corpos estão electrizados (no estado neutro ou não).

2.1.1 Propriedades eléctricas dos materiais

Os elementos e compostos que constituem a matéria do Universo, podem ser agrupados consoante as suas distintas respostas a solicitações externas. Por exemplo, quanto à sua condutibilidade térmica ou eléctrica (a estudar no capitulo 5). Podemos assim qualificar e quantificar materiais (naturais ou antropogénicos) que são bons ou maus condutores de energia térmica ou bons ou maus condutores eléctricos. No nosso caso em particular, na Electrotecnia, os bons condutores eléctricos são simplesmente apelidados de – **condutores**. Aos maus condutores eléctricos chamamos simplesmente de – **isoladores**. Estas são simplificações (úteis), uma vez que não existem condutores perfeitos nem isoladores perfeitos. Em determinadas condições um material considerado isolador pode passar a comportar-se com um material condutor. O típico exemplo, que todos nós conhecemos, é o ar atmosférico. Habitualmente considerado como isolante eléctrico, mas que perante determinadas condições (durante as trovoadas), permite a condução eléctrica das descargas eléctricas (raios) entre nuvens e entre as nuvens e a superfície da Terra. Existem ainda os materiais que exibem os dois tipos de comportamento, são os chamados - **semi-condutores**.

Figura 2.1 – Exemplos de material: condutor eléctrico – fio de cobre, isolador eléctrico – isolador de borracha e porcelana, e semi-condutor – "primeiro" transístor fabricado (1947).

2.1.1.1 Condutores eléctricos

Um condutor eléctrico é um material que se caracteriza por possuir muitos electrões livres, disponíveis para a condução eléctrica (electrões de condução). São bom exemplo os metais, como o cobre, o alumínio, o ferro, a prata, o ouro, etc. Quando as cargas livres não se encontram em movimento, dizemos que o condutor eléctrico está em equilíbrio electrostático.

2.1.1.2 Isoladores (dieléctricos)

São materiais onde não existem electrões livre disponíveis para a condução eléctrica (excepto quando são submetidos a campos eléctricos tão elevados que induzam quebra da estrutura electrónica dos átomos – ruptura do dieléctrico, como acontece nas trovoadas). São exemplos, o ar, a mica, a borracha, etc. Apesar de os isoladores não conduzirem corrente eléctrica (em condições normais), podem no entanto manifestar demais propriedades eléctricas, como a polarização.

2.1.1.3 Semicondutores

Um material semi-condutor é caracterizado por poder efectuar a condução eléctrica quer através de movimento de electrões quer através do movimento de "buracos" (lacunas de electrões). São exemplos os elementos Sílica e Germânio, base da actual tecnologia dos semicondutores empregues na electrónica e micro-electrónica.

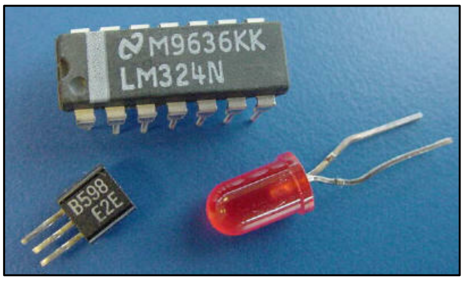


Figura 2.2 – Componentes baseados nos semicondutores.

2.1.1.4 Valores quantificadores da condutividade eléctrica

A tabela 2.1 contém valores típicos de resistividade, para diversos elementos e compostos. Podemos quantificar os diferentes elementos, quer pela sua condutividade eléctrica, quer pelo seu inverso, a resistividade eléctrica.

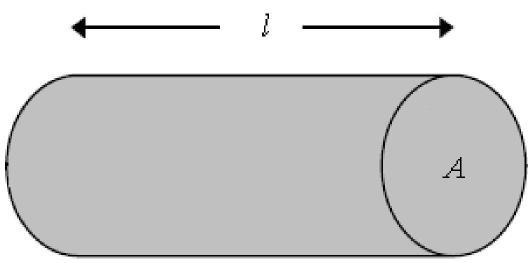
Os valores que quantificam e qualificam as propriedades condutoras (ou resistivas) eléctricas dos materiais, são perfeitamente distintos em ordem de grandeza, dai a sua natural separação nas três categorias descritas.

Tabela 2.1 – Resistividade de alguns materiais comuns.

Material (a 20 ºC)	Resistividade ρ (Ω.m)
Condutor	
Prata	$1{,}58 \times 10^{-8}$
Cobre	$1{,}67 \times 10^{-8}$
Ouro	$2{,}45 \times 10^{-8}$
Alumínio	$2{,}65 \times 10^{-8}$
Tungsténio	$5{,}52 \times 10^{-8}$
Zinco	$6{,}23 \times 10^{-8}$
Ferro	$9{,}71 \times 10^{-8}$
Semicondutor	
Carbono (grafite)	$(3 - 60) \times 10^{-5}$
Germânio	$(1 - 500) \times 10^{-3}$
Silício	0,1 - 60
Isolador	
Vidro	$10^{9} - 10^{12}$
Borracha	$10^{13} - 10^{15}$

A **resistividade eléctrica** (ou resistência especifica) de um material, está relacionada com a resistência eléctrica da seguinte forma:

$$\rho = \mathrm{R}\frac{A}{l} \qquad (2.1)$$



em que ρ é a resistividade eléctrica (Ω.m), R a resistência eléctrica (Ω), l o comprimento do material (m) e A a sua secção recta (m^2).

Figura 2.3 – Definição de resistividade eléctrica.

A **condutividade eléctrica** é o inverso da resistividade:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \qquad (2.2)$$

em que σ é a condutividade eléctrica $S.m^{-1}$ ($\Omega^{-1}.m^{-1}$) (Siemens por metro)

Exercício 2.1

Uma amostra metálica foi moldada com a forma paralelepipédica, com as seguintes dimensões; $50 \times 25 \times 25$ mm^3 (comprimento, largura, altura). Foi efectuada a medida da resistência eléctrica entre as faces de menor dimensão. O valor medido foi de $7{,}8 \times 10^{-6}$ Ω. De que metal se trata?

Exercício 2.2

Considere um fio de cobre com secção circular e diâmetro de 1,5 mm. Qual o comprimento do fio para que este exiba entre as suas extremidades a resistência de 10 Ω?

2.2 A acção da carga eléctrica

2.2.1 Interacção entre cargas eléctricas. Força eléctrica

As interacções eléctricas podem ser **repulsivas** ou **atractivas**. A expressão físico-matemática que rege a interacção eléctrica é em tudo igual à expressão da interacção gravitacional, deduzida por *Isaac Newton* em 1666, (excepto no facto de termos também intervenientes de valor algébrico negativo, as interacções gravitacionais das massas são só atractivas) e da constante de proporção ser distinta.

$$\vec{F}_g = G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}_r \tag{2.3}$$

onde; $\boldsymbol{G = 6{,}673\ 00 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\ kg^{-1}\ s^{-2}}}$ é a **constante de atracção universal** entre as massas pontuais M e m., separadas pela distância r.

A lei de interacção entre cargas eléctricas pontuais, conhecida como **lei de *Coulomb***[1], é então a expressão que liga as cargas eléctricas (causas) às suas acções ou interacções (efeitos), e é descrita da seguinte forma e materializada pela **Força Eléctrica**:

$$\boxed{\vec{F}_e = K_0\frac{Qq}{r^2}\vec{u}_r} \tag{2.4}$$

onde; $\boldsymbol{K_0 = 10^{-7} \times c^2 \approx 8{,}987 \times 10^{9}\ \mathrm{Nm^2\ C^{-2}}}$ é a **constante de proporção para o vazio**, e Q e q as cargas eléctricas pontuais, separadas pela distância r. Quando calculamos a força sobre a carga Q, o versor $\vec{u}_r$ aponta da carga q para a carga Q (e vice-versa).

$$K_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad \text{e} \qquad \varepsilon_0 = 8{,}854\times 10^{-12} \quad \mathrm{F\ m^{-1}}$$

sendo ε_0 a **permeabilidade do vazio** e K_0 a **constante de *Coulomb* (para o vazio)**

[1] (*Charles Augustin de Coulomb*, 1736-1806) – Engenheiro Físico Francês que estudou a electricidade e o magnetismo.

2.2.2 Lei de *Coulomb*

A interacção entre as cargas eléctricas, devido à sua distinta natureza (positiva ou negativa), faz aparecer ou um efeito de atracção ou um efeito de repulsão entre elas, como ilustrado nas seguintes figuras.

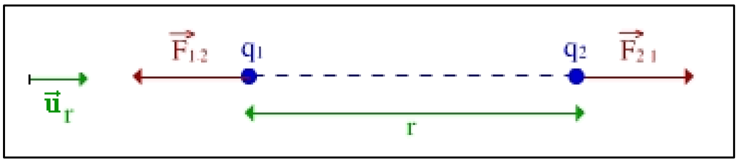


Figura 2.4 - Repulsão entre cargas eléctricas.

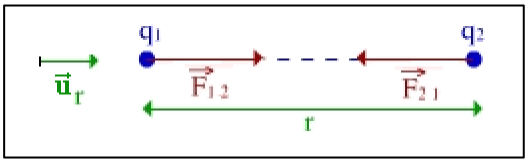


Figura 2.5 - Atracção entre cargas eléctricas.

A **lei de *Coulomb***, rege então as interacções entre **duas cargas eléctricas pontuais**. Depende da quantidade de carga de cada uma das cargas, dos seus sinais e da distância que as separa, tal como duma constante de proporção (K_0) entre as forças e essas quantidades referidas. É uma lei de *inverso do quadrado*, o que significa que a intensidade da acção diminui com o quadrado da distância de separação (tal como acontece com a acção gravitacional).

2.2.2.1 Análise da Lei de *Coulomb*

Analisemos as propriedades físicas da expressão (2.4). Na realidade a descoberta correu no "sentido inverso". Foi a partir da observação destas propriedades, que foi sintetizada a respectiva lei, apenas válida para a acção entre duas cargas pontuais.

1º - a linha de acção do par de forças é ao longo da linha que une as cargas,

2º - o alcance da acção é infinito e varia com $1/r^2$,

3º - tem um ponto singular (em r = 0 m),

4º - consoante os sinais das cargas, as acções são atractivas ou repulsivas.

[a escolha do valor para a constante de proporção (K_0) condicionou posteriormente o valor da grandeza fundamental de carga, ao contrário da definição da constante de gravitação universal, pois nesta, os padrões de massa já existiam há muito (ainda que não o kg).]

2.2.3 Interacção entre mais que duas cargas. Princípio da Sobreposição

Como as forças de interacção eléctricas são vectoriais, e como a **lei de *Coulomb*** apenas diz respeito a uma interacção entre duas cargas pontuais – o que ocorre quando estamos na presença de mais do que duas cargas pontuais, por exemplo três cargas pontuais?

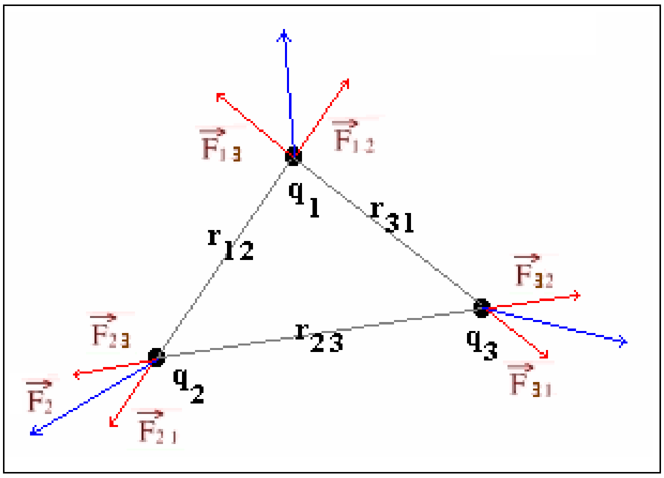


Figura 2.6 - Forças eléctricas de interacção (a vermelho)
e as forças resultantes em cada carga (a azul).

Teremos sempre interacções entre pares de partículas, o que significa que cada uma delas estará em interacção com todas as restantes cargas. A acção sobre cada uma das cargas individuais, será o somatório da interacção (independente) com todas as outras, isto é, teremos de somar vectorialmente todas as forças eléctricas a que está sujeita, e desse somatório sai uma força resultante, como por exemplo sobre a carga 2;

$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} = K_0 \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \vec{u}_{r21} + K_0 \frac{q_3 q_2}{r_{23}^2} \vec{u}_{r23}$$

Generalizando para n+1 cargas (n cargas actuando sobre a carga Q), teremos;

$$\vec{F}_{res} = Q \sum_{i=1}^{n} K_0 \frac{q_i}{r_{Qi}^2} \vec{u}_{rQi} \tag{2.5}$$

que representa a força eléctrica resultante a que a carga Q está sujeita, devido à acção de todas as outras cargas eléctricas sobre ela. Esta aplicação representa o ***Princípio da Sobreposição*** dos efeitos das cargas eléctricas.

Assim, com base neste princípio, podemos calcular a força a que fica sujeita uma carga eléctrica (Q), na presença de um corpo electricamente carregado, extenso de dimensão finita (ou mesmo infinita), por somarmos continuamente os efeitos de quantidades infinitesimais de cargas pontuais dq. Tudo se baseia exclusivamente na interacção entre duas cargas – a **lei de *Coulomb*** e no ***Princípio da Sobreposição***.

$$\vec{F}_{res} = Q K_0 \iiint_{volume} \frac{dq}{r_Q^2} \vec{u}_{rQ} \tag{2.6}$$

Exercício 2.3

Calcule a força eléctrica em cada uma das seguintes cargas; Q_1= 1μC (0,0,0) m, Q_2= 2μC (1,0,0) m e Q_3= -2μC (0,1,0) m.

2.2.4 Densidades de carga eléctrica

A densidade de carga eléctrica é a razão entre a carga eléctrica existente e o "espaço por ela ocupado". Podemos assim ter três densidades de carga eléctrica, consoante a dimensão desse "espaço".

A densidade linear de carga eléctrica ρ_L , que pode ser aproximado na pratica por um fio eléctrico fino.

$$\rho_L = \frac{dq}{dL} \quad (\mathrm{Cm}^{-1}) \tag{2.7a}$$

A densidade superficial de carga eléctrica ρ_S , que pode ser aproximado na pratica por uma chapa metálica fina.

$$\rho_S = \frac{dq}{dS} \quad (\mathrm{Cm}^{-2}) \tag{2.7b}$$

A densidade volúmica de carga eléctrica ρ_V .

$$\rho_V = \frac{dq}{dV} \quad (\mathrm{Cm}^{-3}) \tag{2.7c}$$

Exercício 2.4

Calcule a quantidade de carga eléctrica existente numa chapa metálica de forma quadrada, com 10 cm de lado, quando a ρ_S , = 2×10^{-4} Cm^{-2}.

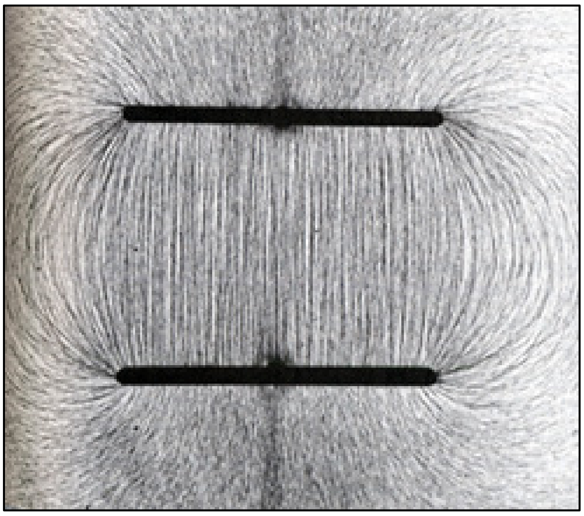
2.3 Campo eléctrico

Vamos agora introduzir um conceito fundamental – o **Campo Eléctrico**.

Vimos já que em presença de duas cargas eléctricas pontuais, elas interagem entre si (lei de *Coulomb*), "resultando" um par de forças dessa interacção. E se uma carga eléctrica existir sozinha no Universo o que acontece?

A carga eléctrica estando sozinha, não "sente" nem faz "sentir" qualquer força. Mas no entanto nós dizemos que essa carga cria no espaço em seu redor um **Campo Eléctrico**. Mas o que é um campo?

Um **campo** é uma construção físico-matemática que serve para explicar as nossas observações. O campo é a atribuição aos pontos geométricos do espaço (no tempo) de determinadas propriedades (ou valores). No nosso caso - **Campo Eléctrico** - significa que se colocarmos uma carga de prova positiva (q>0 C) num determinado ponto do espaço onde exista esse campo eléctrico (originado por uma determinada distribuição de cargas eléctricas, por exemplo outra carga eléctrica pontual algures), ela ficará sujeita a uma força eléctrica com determinada intensidade, direcção e sentido, e como tem massa (invariante), pela lei fundamental da dinâmica (Física, capitulo 3, expressão 3.80), será acelerada nessa direcção e sentido. Sendo a carga de prova colocada em repouso, ponto a ponto no espaço, a direcção instantânea do vector aceleração permite-nos construir linhas tangentes a esses vectores, que nós dizemos serem **linha de força do campo eléctrico** ou simplesmente **linha do campo eléctrico** (figuras 2.7 e 2.8).



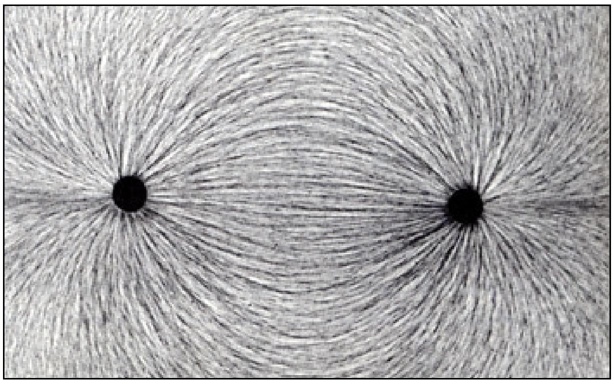


Figura 2.7 – Materialização das linhas de forças eléctrica (no plano) de um dipolo eléctrico.

Figura 2.8 – Materialização das linhas de forças eléctrica (no plano), uniforme no interior das placas..

À força por unidade de carga q, chamamos **campo eléctrico**, e vem expresso nas unidades de NC^{-1} (ou Vm^{-1}).

$$\boxed{\vec{E}(x,y,z) = \frac{\vec{F}_e}{q}} \tag{2.8}$$

Desta análise resulta que se colocarmos uma carga de prova positiva (q>0 C) no interior de um campo eléctrico, esta fica sujeita a uma força eléctrica. Essa força é de interacção com a carga (Q) que está a originar o campo eléctrico. Assim vem como expressão do campo eléctrico da carga (pontual) que cria o campo:

$$\boxed{\vec{E} = K_0 \frac{Q}{r^2}\vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r} \tag{2.9}$$

pois da definição de campo eléctrico (expressão 2.8) e da lei de *Coulomb* (expressão 2.4), temos que;

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \qquad \text{e} \qquad \vec{F}_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}\vec{u}_r$$

que por substituição, resulta na expressão 2.9.

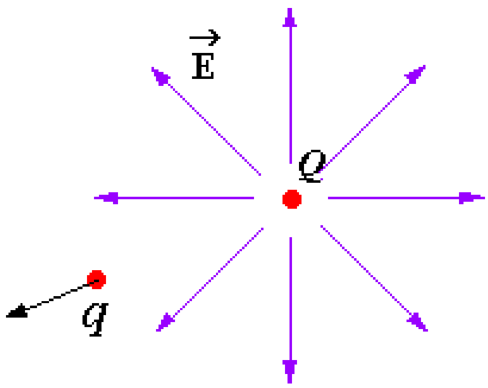


Figura 2.9 – Representação de algumas linhas do campo eléctrico, criadas por uma carga eléctrica pontual positiva Q, (no plano da folha).

2.3.1 Propriedades do campo eléctrico

Analisando a expressão (2.9), representativa do campo eléctrico criado no espaço, por uma carga pontual, concluímos o seguinte:

1º - tem simetria radial (esférica),

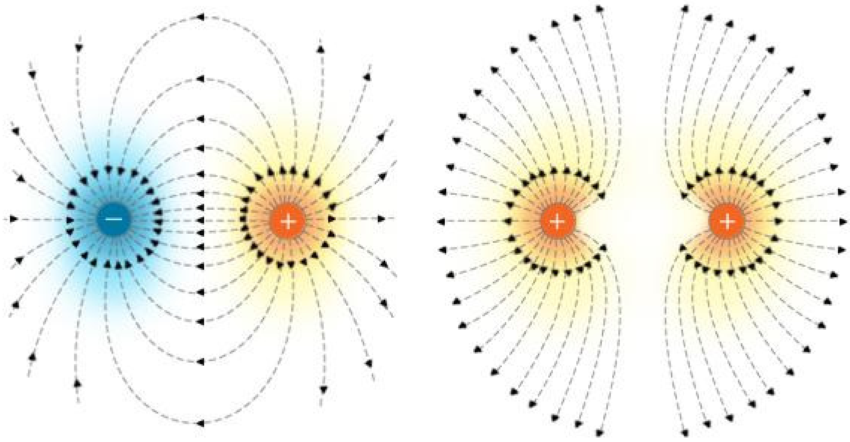
2º - toma o valor nulo no infinito,

3º - tem uma singularidade no local da carga (não está aí definido),

4º - é **divergente se a carga é positiva** e **convergente se a carga é negativa**.

Na presença de várias cargas discretas, o campo eléctrico em determinado ponto do espaço, será a soma vectorial de cada um dos campos eléctricos nesse ponto (por aplicação do princípio da sobreposição).

$$\vec{E}(x, y, z) = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \tag{2.10}$$



a) b)

Figura 2.10 – Representação de algumas linhas do campo eléctrico (no plano da folha), criadas por duas cargas eléctricas pontuais (iguais em módulo); a) dipolo eléctrico.

2.3.2 Campo eléctrico de uma distribuição discreta de cargas eléctricas pontuais

Para calcularmos o campo eléctrico em qualquer ponto (P) do espaço, criado por uma distribuição discreta (pontual) de cargas eléctricas, só precisamos de saber as coordenadas de P, a carga algébrica e as respectivas coordenadas de todas as cargas.

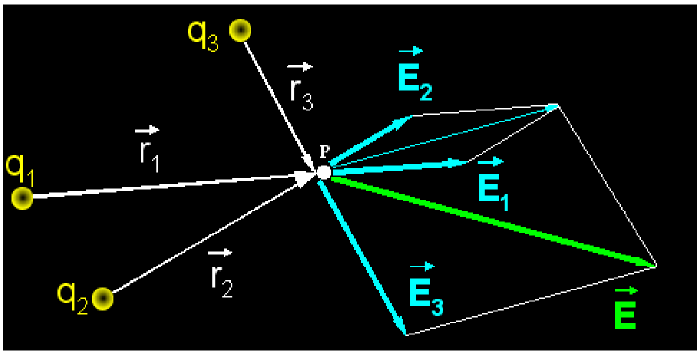


Figura 2.11 – Campo eléctrico em P, criado por uma distribuição discreta de três cargas pontuais.

Podemos assim, ponto a ponto, calcular o vector campo eléctrico $\vec{E}$ em "todos" os pontos do espaço e representado esses vectores, ter a visualização/percepção do seu aspecto espacial. Muitas vezes as representações são cortes (planos bidimensionais - 2D) ou projecções que simulam 3D (mas sempre num plano de representação). Na prática, podemos teoricamente calcular o campo eléctrico num determinado ponto do espaço e depois comprovar experimentalmente a sua veracidade, medido a intensidade, direcção e sentido do campo nesse ponto.

Hoje em dia, a computação gráfica permite-nos simular e rapidamente visualizar (e manipular essa mesma visualização) as linhas dos mais complexos campos eléctricos.

http://www.falstad.com/vector3de/index.html

2.3.3 Campo eléctrico de uma distribuição continua de cargas eléctricas

Na realidade, do nosso ponto de vista macroscópico, estamos sempre perante distribuições contínuas de cargas eléctricas. Embora algumas particulares distribuições contínuas de cargas possam ser aproximadas e "reduzidas" a simples cargas pontuais, na maior parte das situações temos de calcular o efeito global da real distribuição de cargas. Para isso temos de usar o conceito de densidade de carga eléctrica. Escolhemos um domínio de carga tão pequeno que este se aproxima de um volume infinitesimal. Desse modo podemos tomar nesse infinitésimo volume como pontual e assim estar na situação de aplicabilidade da lei de *Coulomb* - calculando os efeitos de todas essas "cargas pontuais" (expressões 2.6 e 2.8).

A nossa "carga pontual" passa então a ser: $$dq = \rho_V \, dV \qquad (2.11)$$

$$\vec{E}(P) = \iiint_{Volume} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\rho_V}{r_P^2} \, dV \, \vec{u}_r \qquad (2.12)$$

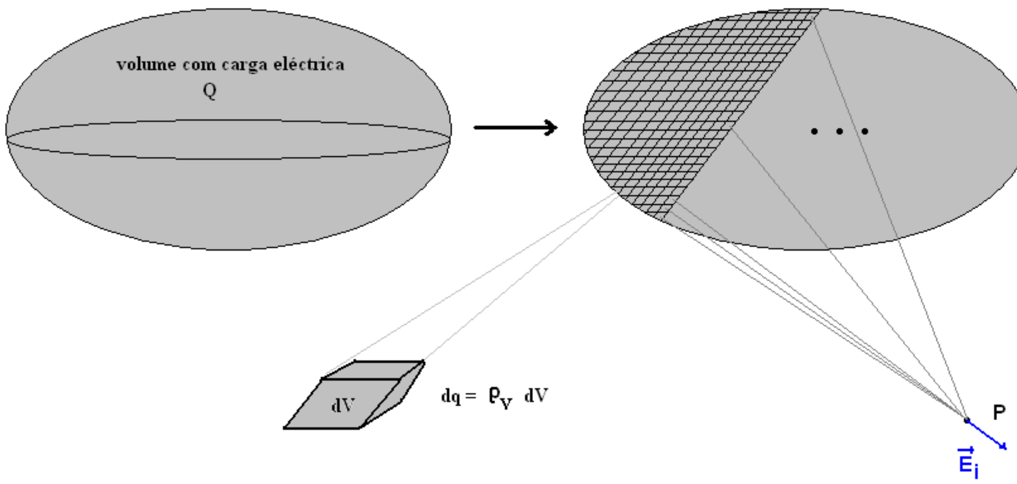


Figura 2.12 – Decomposição do volume inicial em domínios infinitesimais (pontuais) de carga eléctrica e efeito de cada um desses domínios, no ponto P.

Exercício 2.5

Calcule a expressão do campo eléctrico criado no espaço, por uma distribuição contínua de carga sobre um plano infinito.

2.3.4 Movimento de partículas electricamente carregadas num campo eléctrico uniforme

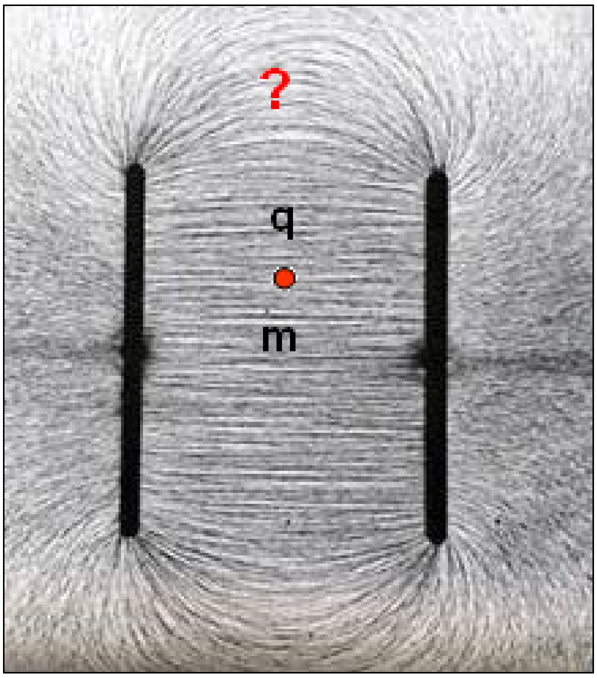


Figura 2.13 – Carga eléctrica no interior de um campo eléctrico uniforme.

Qualquer carga eléctrica (q) no interior de um campo eléctrico, está em interacção com as cargas que o originam. O resultado dessa interacção, é como já sabemos, a força eléctrica $\vec{F}_e$ aplicada na carga. Se considerarmos que a partícula não está fixa no espaço (têm a liberdade de se mover) e que tem massa (m), então pela lei fundamental da dinâmica, existirá sobre esta uma aceleração ($\vec{a}$).

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \qquad\qquad \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}} \tag{2.13}$$

(resultado válido, quando estamos perante velocidades inferiores à velocidade da luz, c_0)

O vector aceleração varia proporcional com a quantidade de carga e intensidade do campo, e é inversamente proporcional à quantidade de massa da partícula.

Mas qual será a trajectória da carga se o campo eléctrico for uniforme?

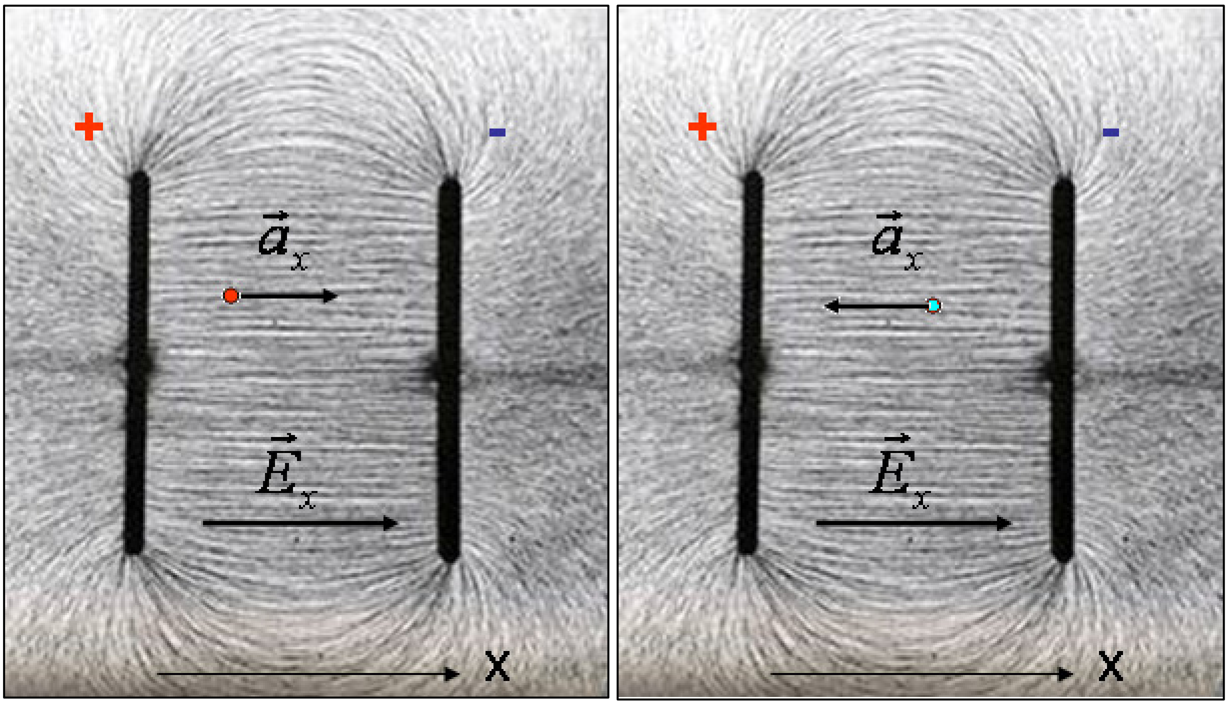
Nesse caso a aceleração será também uniforme. Consideremos uma carga positiva, inicialmente em repouso ($\vec{v}_x(0) = 0$ ms^{-1}).

a função velocidade virá dada por: $\vec{v}_x(t) = \vec{a}_x t = \frac{q}{m}\vec{E}_x t$ e $\vec{a}_x = \frac{q}{m}\vec{E}_x$

a função posição virá dada por: $\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \frac{1}{2}\vec{a}_x t^2 = \frac{1}{2}\frac{q}{m}\vec{E}_x t^2$

Exercício 2.6

Consideremos um campo eléctrico uniforme de intensidade 10^4 NC^{-1}, entre duas placas paralelas, separadas de 10 cm. Partindo do repouso da placa negativa, quanto tempo demora um electrão a percorrer os 10 cm e colidir com a placa positiva (fig. 2.14b)?



a) b)

Figura 2.14 – Acelerações adquiridas por cargas eléctricas, positiva (a) e negativa (b), no interior de um campo eléctrico uniforme.

Consideremos agora uma carga projectada para o interior de um campo eléctrico uniforme, numa direcção perpendicular a este. A aceleração continuará a ser uniforme, mas teremos agora um movimento composto, nas suas duas componentes X e Y, figura 2.15.

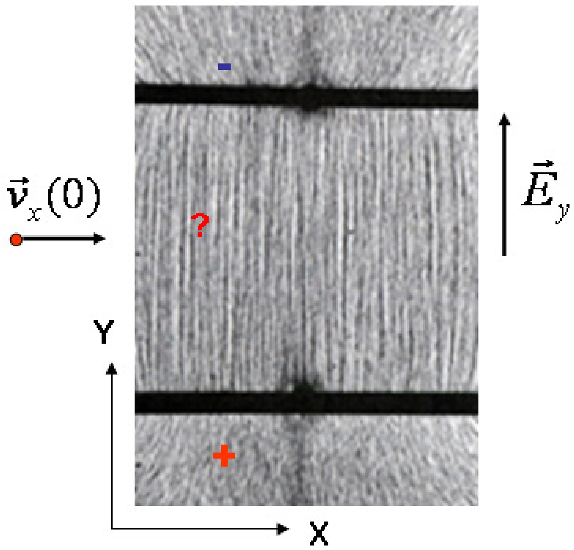


Figura 2.15 – Qual será a trajectória da carga eléctrica?

O movimento na direcção X será caracterizado por: $\vec{a}_x = \vec{0}$

$$\vec{v}_x(t) = \vec{v}_x(0) \qquad \text{e} \qquad \vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{v}_x(0)t$$

O movimento na direcção Y será caracterizado por: $\vec{a}_y = \frac{q}{m}\vec{E}_y$

$$\vec{v}_y(t) = \vec{a}_y t = \frac{q}{m}\vec{E}_y t \qquad \text{e} \qquad \vec{y}(t) = \vec{y}_0 + \frac{1}{2}\vec{a}_y t^2 = \vec{y}_0 + \frac{1}{2}\frac{q}{m}\vec{E}_y t^2$$

A trajectória será assim uma parábola, à semelhante do que acontece sob o efeito da aceleração constante da gravidade perto da superfície terrestre, (Física 1º sem., capítulo 3).

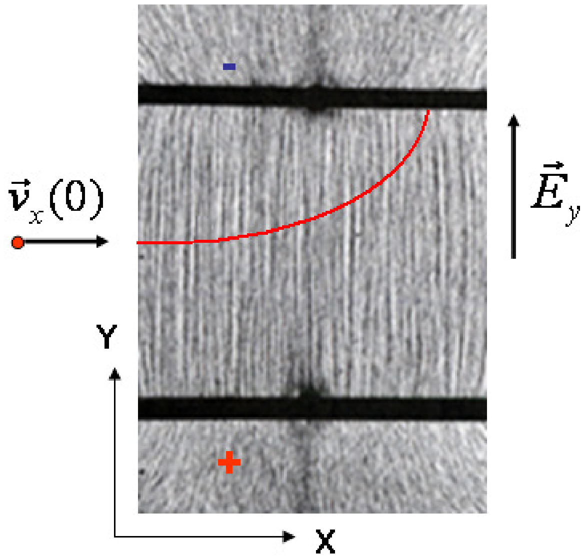


Figura 2.16 – Trajectória de uma carga eléctrica positiva.

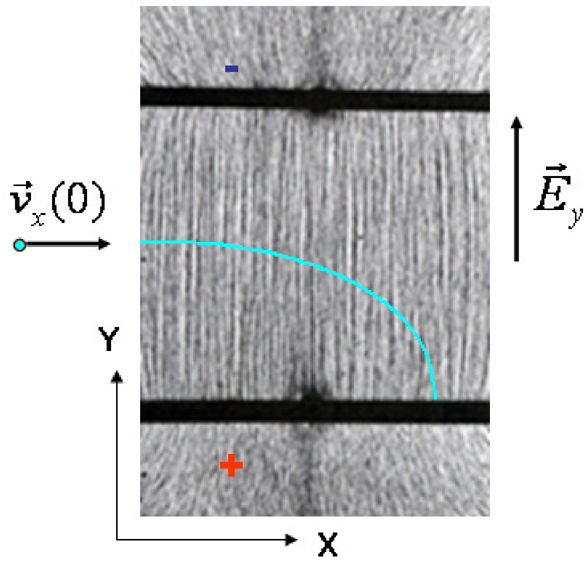


Figura 2.17 – Trajectória de uma carga eléctrica negativa.

O efeito do campo gravítico (interacção gravítica) sobre a massa da partícula eléctrica é tipicamente 14 ordens de grandeza menos intenso que o efeito do campo eléctrico, g ≈ 10^{-14}a.